

4. TROJFÁZOVÉ OBVODY

Určeno pro posluchače všech bakalářských studijních programů FS

- 4.1 Úvod
- 4.2 Trojfázová soustava
- 4.3 Spojení fází do hvězdy
- 4.4 Spojení fází do trojúhelníka
- 4.5 Výkon v trojfázových souměrných soustavách
(s harmonickým napětím)
- 4.6 Nesouměrné trojfázové soustavy

Ing. Miroslav Fiala, Doc. Ing. Václav Vrána, CSc.
Prosinec 1998

Upravil: Ing. Vítězslav Stýskala, Ph.D. - září 2005

4.1 Úvod

Pro přenos elektrické energie střídavým proudem i pro lepší využití alternátorů a elektromotorů je výhodnější použít soustavy vícefázové. V praxi je nejrozšířenější trojfázová souměrná soustava.

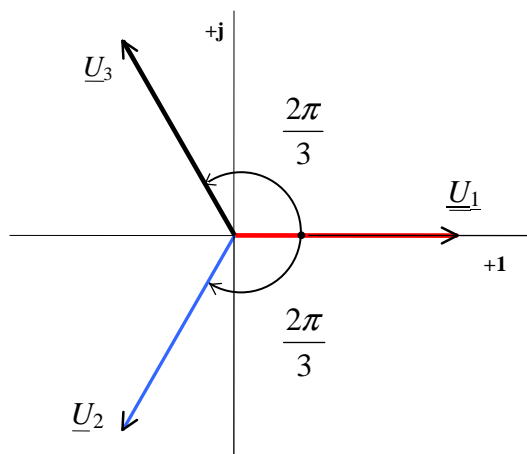
4.2 Trojfázová soustava

Trojfázová soustava umožňuje vytvoření točivého elektromagnetického magnetického pole, které využívají nejjednodušší a nejrozšířenější motory – *asynchronní (indukční) motory*. Další výhodou je efektivní přenos elektrické energie trojfázovým vedením, které má menší spotřebu materiálu na vodiče. Trojfázové generátory jsou funkčně jednodušší a mají menší hmotnost než tři jednofázové generátory stejného výkonu.

Ve fázových vinutích souměrného trojfázového generátoru se indukuje **souměrná trojfázová soustava napětí**. Napětí všech fází mají stejnou velikost (amplitudu) U_m a jsou vůči sobě posunuty o $1/3$ doby kmitu ($\frac{2\pi}{3}$). Když uvažujeme, že napětí první fáze má nulovou počáteční fázi, tak platí:

$$\begin{aligned}u_1 &= U_m \cdot \sin(\omega t) \\u_2 &= U_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = U_m \cdot \sin\left(\omega t - 120^\circ \cdot \frac{\pi}{180}\right) \\u_3 &= U_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = U_m \cdot \sin\left(\omega t - 240^\circ \cdot \frac{\pi}{180}\right)\end{aligned}\tag{4.1}$$

v praxi je potom $U_m = \sqrt{2} \cdot U$



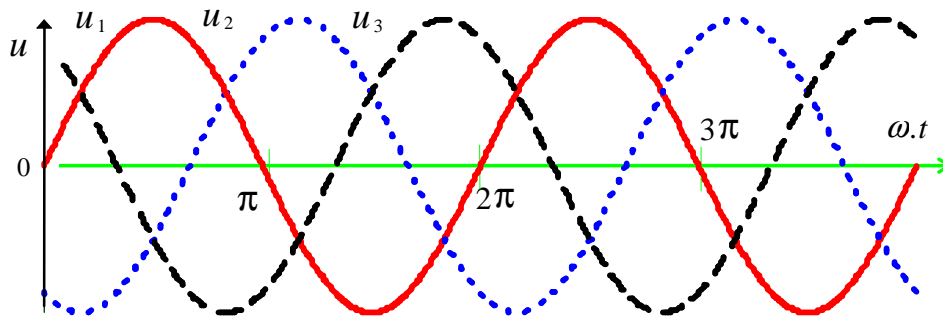
Obr. 4. Fázorový diagram 3f napětí v Gaussově rovině

Ve verzorovém tvaru vyjádříme efektivní hodnotu napětí jednotlivých fází (obr. 4.1)

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U \angle 0 \\ \underline{U}_2 &= U \angle -120^\circ \cdot \frac{\pi}{180} \\ \underline{U}_3 &= U \angle -240^\circ \cdot \frac{\pi}{180} = U \angle 120^\circ \cdot \frac{\pi}{180}\end{aligned}\tag{4.2}$$

Tato soustava se nazývá souměrná trojfázová soustava s kladným směrem fází (sousledná soustava). Napětí první fáze může být proti počátku posunuto. Potom se napětí druhé a třetí fáze vyjádří jako fázory vzniklé pootočením fázoru \underline{U}_1 (rovnice 4.3):

$$\begin{aligned}\underline{U}_2 &= \underline{U}_1 \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \underline{U}_1 \cdot e^{j\frac{4\pi}{3}} = \underline{U}_1 \cdot e^{j240^\circ \cdot \frac{\pi}{180}} = \underline{U}_1 \cdot e^{-j120^\circ \cdot \frac{\pi}{180}} \\ \underline{U}_3 &= \underline{U}_1 \cdot e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \underline{U}_1 \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} = \underline{U}_1 \cdot e^{j120^\circ \cdot \frac{\pi}{180}}\end{aligned}\quad (4.3)$$



Obr. 4.2 Časový průběh napětí jednotlivých fází

Při znázornění na časové ose (obr. 4.2) pak následují napětí v pořadí 1 – 2 – 3, tomu odpovídá sled fázorů $\underline{U}_1 - \underline{U}_2 - \underline{U}_3$ ve směru otáčení hodinových ručiček (tj. proti kladnému směru otáčení fázorů). V souměrném trojfázovém obvodu jsou zatěžovací impedance ve všech fázích stejné :

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z} \cdot e^{j\varphi_z} \quad (4.4)$$

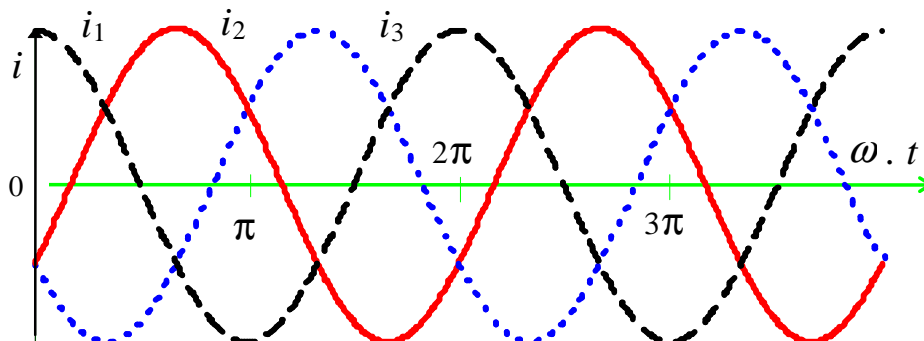
Zanedbáme-li odpor vodičů, jsou si proudy v jednotlivých fázích rovny :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}}; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_3}{\underline{Z}} \quad (4.5)$$

Proudy v jednotlivých fázích mají stejnou velikost, stejný fázový posun φ vzhledem k napětí příslušných fází a jsou vzájemně posunuty o $\frac{2\pi}{3}$ (viz obr. 4.3). Tvoří tedy souměrnou trojfázovou soustavu proudů se stejným sledem fází, jako má soustava napětí v daném obvodu (viz obr. 4.2).

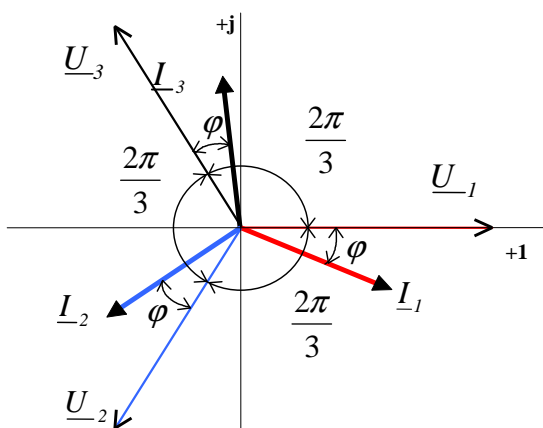
Okamžité hodnoty proudů jsou:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t - \psi) \\
 i_2 &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 i_3 &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \psi + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

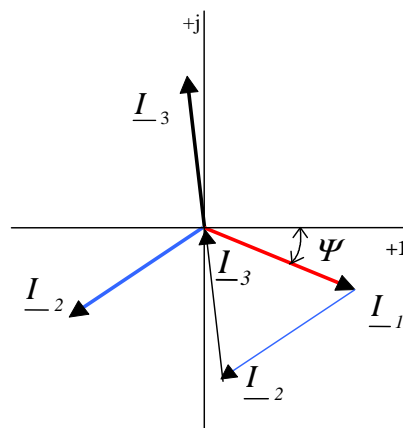


Obr. čís. 4.3 Časový průběh proudů jednotlivých fází

Souměrná trojfázová soustava proudů



Obr. 4.4
Grafické znázornění napětí a proudů souměrné trojfázové soustavy v Gaussově rovině



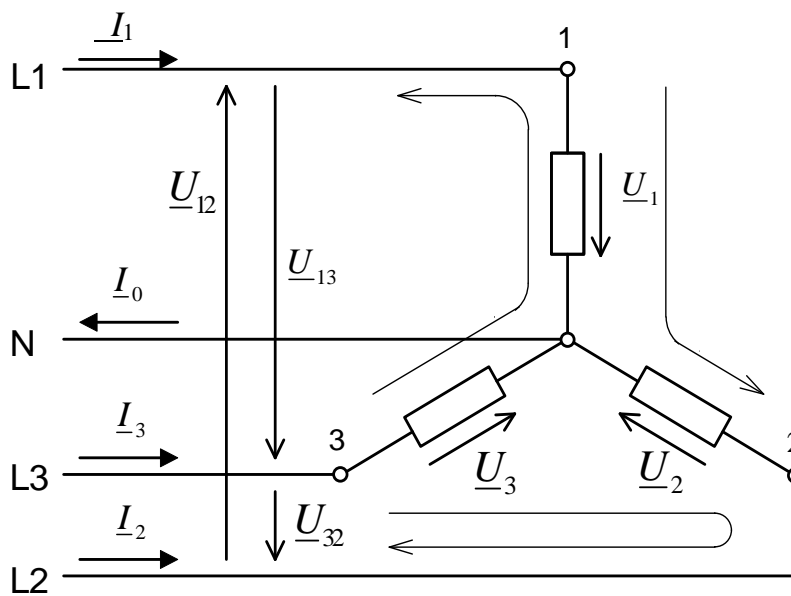
Obr. 4.5
Součet proudů souměrné trojfázové soustavy

a jejich součet je v každém okamžiku roven nule, viz. obr. 4.5.

$$\begin{aligned}
i_1+i_2+i_3 &= \sqrt{2} \cdot I \cdot \left[\sin(\omega t - \psi) + \sin\left(\omega t - \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t - \psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right] = \\
&= \sqrt{2} \cdot I \cdot \left[\sin(\omega t - \psi) + \sin(\omega t - \psi) \cdot \cos\frac{2\pi}{3} - \cos(\omega t - \psi) \cdot \sin\frac{2\pi}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \sin(\omega t - \psi) \cdot \cos\frac{2\pi}{3} + \cos(\omega t - \psi) \cdot \sin\frac{2\pi}{3} \right] = \\
&= \sqrt{2} \cdot I \cdot \left[\sin(\omega t - \psi) \cdot \left(1 + \cos\frac{2\pi}{3} + \cos\frac{2\pi}{3}\right) \right] = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega t - \psi) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0
\end{aligned}$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

(4.7)



Obr. 4.6 Schéma spojení zátěže do hvězdy

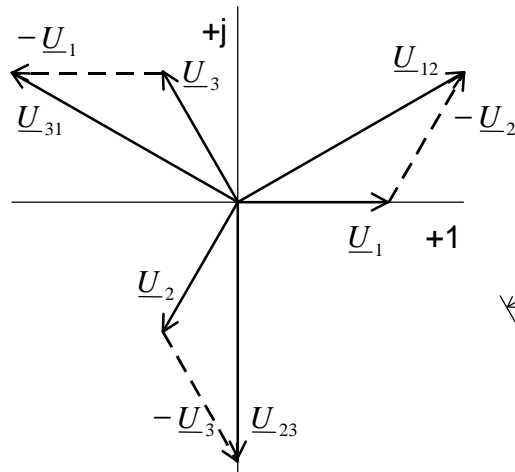
4.3 Spojení fází do hvězdy **23.9. XXXX**

Při spojení fází do hvězdy (obr. 4.6) máme k dispozici dvojí napětí:

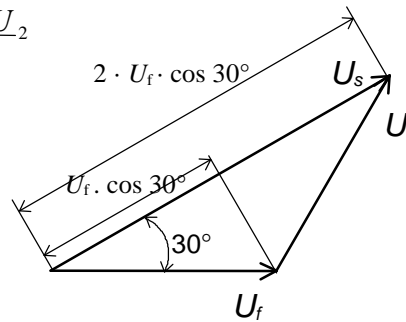
5. Fázová napětí $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3$ jsou mezi svorkami zdroje a středem 0. Ve čtyřvodičové soustavě jsou to napětí mezi fázovými vodiči L1, L2, L3 a středním vodičem N.
6. Sdružená (síťová) napětí $\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}, \underline{U}_{31}$ jsou vždy mezi dvěma svorkami trojfázového zdroje nebo mezi fázovými vodiči L1, L2, L3.

Vztah mezi sdruženými a fázovými napětími se odvodí aplikací II. K. Z. na smyčky proudů vyznačené ve schématu na obr. 4.6 :

$$\begin{aligned}
 \underline{U}_{12} + \underline{U}_2 - \underline{U}_1 &= 0 \Rightarrow \underline{U}_{12} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 \\
 \underline{U}_{23} + \underline{U}_3 - \underline{U}_2 &= 0 \Rightarrow \underline{U}_{23} = \underline{U}_2 - \underline{U}_3 \\
 \underline{U}_{31} + \underline{U}_1 - \underline{U}_3 &= 0 \Rightarrow \underline{U}_{31} = \underline{U}_3 - \underline{U}_1
 \end{aligned}
 \tag{4.8}$$



Obr. 4.7 Fázorový diagram napětí při spojení do hvězdy



Obr. 4.8 Vztah mezi fázovým a sdruženým (síťovým) napětím

Sdružené napětí je vždy fázorovým rozdílem dvou fázorových napětí.

Z obr. 4.8 a ze vztahu 4.8 je zřejmé, že:

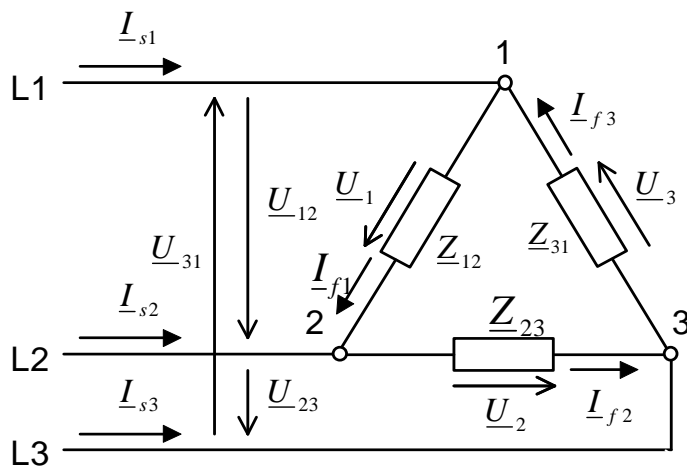
$$U_s = 2 \cdot U_f \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot U_f \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot U_f
 \tag{4.9}$$

4. 4 Spojení fází do trojúhelníka

Do trojúhelníka (obr. 4.9) se v některých případech spojuje vinutí trojfázových transformátorů, vinutí trojfázových motorů a jiných trojfázových spotřebičů.

Jak je z obr. 4.9 zřejmé, jsou fázová napětí totožná s napětími sdruženými, ale fázové a sdružené (síťové) proudy jsou různé :

1. Fázové proudy $\underline{I}_{f1}, \underline{I}_{f2}, \underline{I}_{f3}$ – protékají jednotlivými fázemi
2. Sdružené (síťové) proudy $\underline{I}_{s1}, \underline{I}_{s2}, \underline{I}_{s3}$ – tečou síťovými vodiči L1 – L2 – L3

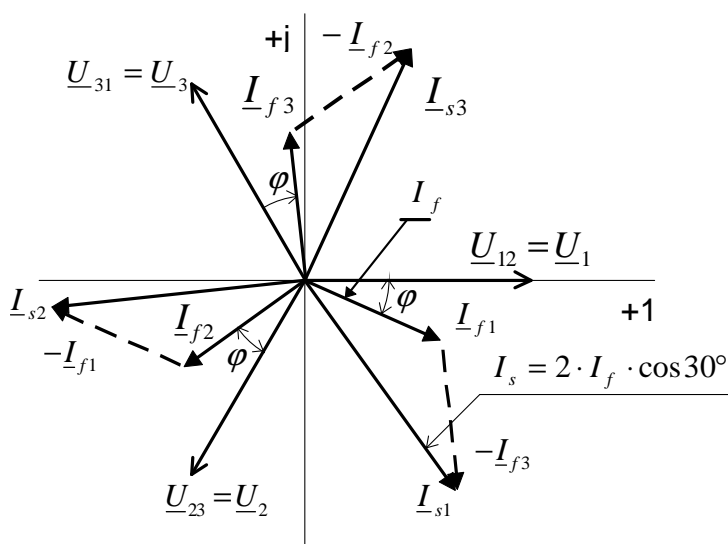


Obr. 4.9 Schéma zapojení zátěže do trojúhelníka

Při spojení podle obr. 4.9 platí pro proudy v uzlech 1 – 2 – 3 podle I. K. Z. :

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_{f1} - \underline{I}_{s1} - \underline{I}_{f3} &= 0 \Rightarrow \underline{I}_{s1} = \underline{I}_{f1} - \underline{I}_{f3} \\
 \underline{I}_{f2} - \underline{I}_{s2} - \underline{I}_{f1} &= 0 \Rightarrow \underline{I}_{s2} = \underline{I}_{f2} - \underline{I}_{f1} \\
 \underline{I}_{f3} - \underline{I}_{s3} - \underline{I}_{f2} &= 0 \Rightarrow \underline{I}_{s3} = \underline{I}_{f3} - \underline{I}_{f2}
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

Pro velikosti sdružených a fázových proudů platí stejný poměr jako pro napětí ve hvězdě:



Obr. 4.10 Fázorový diagram napětí a proudů zapojené zátěže do trojúhelníka

$$\underline{I}_s = \sqrt{3} \cdot I_f
 \tag{4.11}$$

4.5 Výkon v trojfázových souměrných soustavách (s harmonickým napětím)

Činný výkon trojfázové soustavy je dán součtem činných výkonů jednotlivých fází.

V souměrné soustavě tedy platí :

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi \quad (\text{W}; \text{V}, \text{A}) \quad (4.12)$$

což můžeme vyjádřit pomocí síťových (sdružených) hodnot vztahy při zapojení do hvězdy :

$$P = 3 \cdot \frac{U_s}{\sqrt{3}} \cdot I_s \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi \quad (4.13)$$

a při zapojení do trojúhelníku

$$P = 3 \cdot U_s \cdot \frac{I_s}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi \quad (4.14)$$

$$\text{Zdánlivý výkon} \quad S = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \quad (\text{VA}; \text{V}, \text{A}) \quad (4.15)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{Jalový výkon} \quad Q = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_s \cdot I_s \cdot \sin \varphi \quad (\text{var}; \text{V}, \text{A}) \quad (4.16)$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (-; \text{W}, \text{VA}) \quad (4.17)$$

4. 6 Nesouměrné trojfázové soustavy

Vznik nesymetrie

V elektrizační soustavě jsou zdroje, tj. turbo a hydroalternátory zásadně symetrické. Přenosové cesty (elektrická vedení) můžeme považovat taky prakticky za symetrické. Nesymetrii vyvolávají tedy spotřebiče, nejčastěji připojením na jednu, případně 2 fáze. Bezprostředním důsledkem připojením jedno-, resp. dvoufázového spotřebiče k elektrizační soustavě je vznik proudové nesymetrie. Teprve v důsledku průchodů nesymetrických proudů v soustavě vznikají na impedancích soustavy nesymetrické úbytky napětí a tím napěťová nesymetrie.