Katedra obecné elektrotechniky
Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB - TU Ostrava

3. ELEKTRICKÉ OBVODY STŘÍDAVÉHO PROUDU

Určeno pro posluchače všech bakalářských studijních programů FS

Ing. Václav Kolář
Prosinec 1998 (říjen 2003)

Upravil: Ing. Vítězslav Stýskala, Ph.D. - září 2005

3.1 Úvod

Doposud jsme se zabývali konstantními obvodovými veličinami, tedy veličinami na čase nezávislými. Ovšem kromě těchto veličin se lze velmi často v praxi setkat s veličinami, které se s časem mění. Těmto veličinám říkáme ***veličiny střídavé*** a obvody, kde se tyto veličiny vyskytují se označují jako ***obvody střídavé***.

3.2 Základní pojmy z teorie střídavého proudu

Výklad základních pojmů, který v této části bude proveden pro střídavý proud se vztahuje na jakoukoliv střídavou veličinu (tedy např. na napětí).

Střídavý elektrický proud se může měnit v elektrickém obvodu v pravidelných nebo i nepravidelných časových intervalech v rytmu změn polarity napájecího zdroje.

Důležité jsou zejména *periodické střídavé proudy harmonického (sinusového) průběhu*, kterými se budeme dále zabývat. Jejich časový průběh se opakuje v pravidelných intervalech - *periodách* (cyklech, kmitech) - obr.3.1 . Délka periody se nazývá *doba kmitu* T , její velikost je dána *kmitočtem sítě* f (rovnice 3.1).

$$T = \frac{1}{f} \qquad (\mathrm{s};\ \mathrm{Hz} \approx \mathrm{s}^{-1}) \qquad (3.1)$$

Jednotkou kmitočtu je hertz (Hz), který má rozměr (s^{-1}). Jedna perioda proudu se také nazývá *vlna* střídavého proudu. Pro periodický proud platí vztah 3.2 .

$$i(t) = i\,(t + T) = i\,(t + k \cdot T) \qquad (3.2)$$

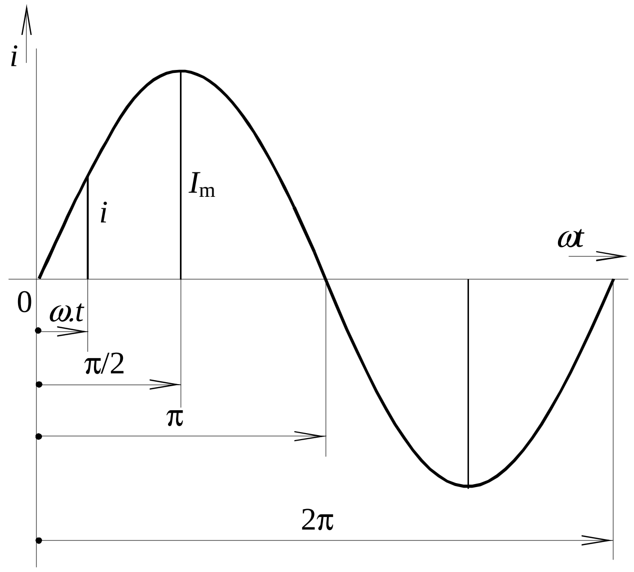
Kde $i(t) = i$ je *okamžitá hodnota* střídavého proudu, značí se vždy a i u ostatních veličin, malým písmenem. Nejvyšší okamžitá hodnota, které proud (a i ostatní veličiny) dosahuje se nazývá *maximální* nebo *vrcholová hodnota - amplituda*, značí se velkým písmenem s indexem m, nebo někdy max, např. I_m, I_{max}.

Pro okamžitou hodnotu sinusového proudu platí vztah 3.3. Veličina ω je nazývána *úhlovým kmitočtem (frekvencí)*, platí pro ni vztah 3.4. Obecně ale harmonický průběh nemusí začínat vždy z nulové hodnoty. Je to dáno volbou počátku časové osy, která může být zcela libovolná. Průběh má potom počáteční fázový úhel α, který může být jak kladný tak i záporný. Zjednodušeně řečeno, harmonický průběh je jakákoli posunutá sinusovka, a sinusové průběhy jsou podmnožinou harmonických průběhů (začínajích z nuly). Pro harmonický proud s *počátečním fázovým úhlem* ψ, platí vztah 3.5 a jeho průběh je zobrazen na obr. 3.2 .

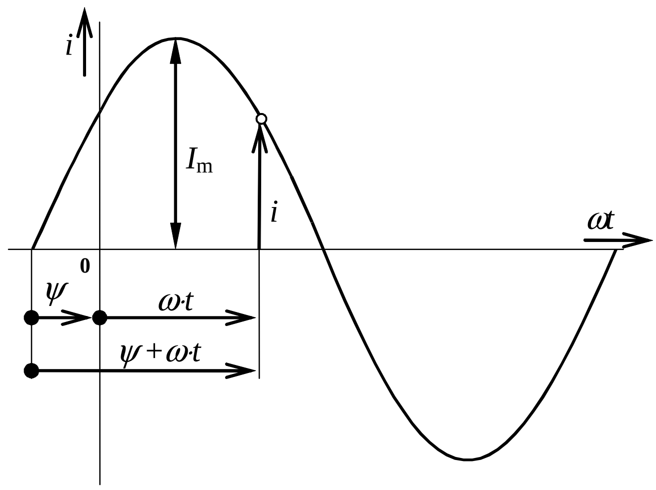
$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t) \qquad (3.3)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \qquad (3.4)$$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) \qquad (3.5)$$



Obr. 3.1 Střídavý proud sinusového průběhu dle vztahu 3.3

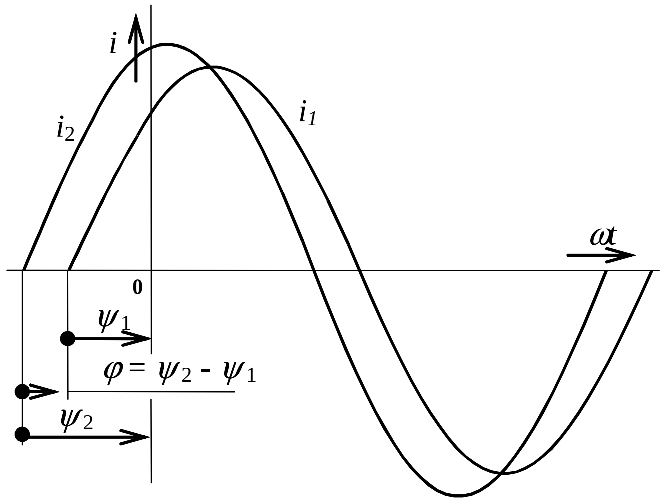


Obr. 3.2 Harmonický proud s počátečním úhlem ψ dle vztahu 3.5.

Dva harmonické průběhy téhož kmitočtu ,mohou být vůči sobě vzájemně posunuty o úhel φ, kterému říkáme <u>*fázový posuv*</u>. Přitom může jít o stejné, nebo různé veličiny, například o proud a napětí. Pro fázový posuv platí vztah 3.6 a tato situace je pak znázorněna na obr. 3.3 .

$$\varphi = \psi_2 - \psi_1 \qquad (3.6)$$

Pokud se druhý průběh před prvním předbíhá, je úhel φ kladný, pokud se zpožďuje, je záporný. Pozor, v praxi je často velmi důležité dbát na znaménko fázového posuvu. Poněkud zvláštní význam má situace, kdy například dva proudy mají nulový fázový posuv, říkáme, že jsou <u>*ve fázi*</u> a jestliže mají posuv π, říkáme, že jsou <u>*v protifázi*</u>.

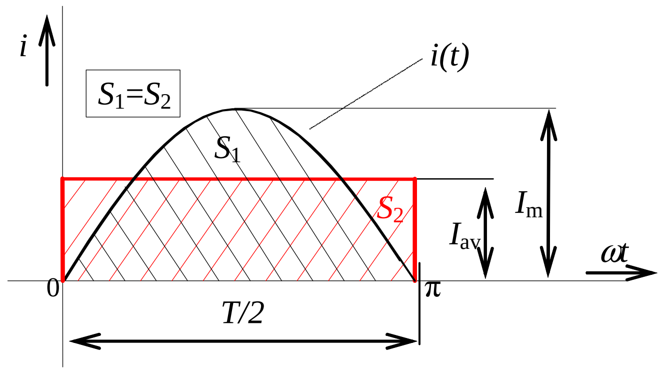


Obr. 3.3 Dva harmonické proudy posunuté o úhel φ

Mezi základní pojmy ve střídavých obvodech patří ***střední hodnota*** a ***efektivní hodnota*** střídavého proudu.

☛ Střední hodnota odpovídá velikosti stejnosměrného proudu, který přenese za jednotku času stejný náboj, jako daný střídavý proud. Je to vlastně výška obdélníku o stejné ploše, jako je plocha mezi průběhem proudu a nulovou osou, jak je uvedeno na obrázku 3.4 . Pro harmonický proud ji počítáme pro jednu půlperiodu, protože obě půlperiody jsou stejné, ale s opačným znaménkem a za celou periodu by byla střední hodnota nulová. (Pro jiné průběhy kde není střední hodnota za celou periodu nulová, ji počítáme za celou periodu a udává nám vlastně stejnosměrnou složku veličiny.) Střední hodnota se obvykle značí velkým písmenem s indexem av (average), např. I_{av}. Pro střední hodnotu harmonického průběhu platí vztah 3.7 .

$$I_{av} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} i(t)\,\mathrm{d}t = \frac{2}{\pi}\cdot I_m \qquad (3.7)$$



Obr. 3.4 Střední hodnota střídavého proudu.

☛ Efektivní hodnota střídavého proudu charakterizuje výkon proudu. Značí se velkým písmenem bez indexu, např. I, a je to nejběžněji udávaná hodnota (např. hodnota napětí v naší síti 230 V je právě efektivní hodnota tohoto napětí). Rovněž většina běžných měřicích přístrojů měří (zobrazuje) efektivní hodnoty střídavého napětí, nebo proudů. *Efektivní hodnota je velikost stejnosměrného proudu, který by při průchodu rezistorem R vykonal za jednotku času stejnou práci, jako daný střídavý proud.* Při odvození efektivní hodnoty se vychází z dříve uvedeného vztahu 2.10 $p(t) = R \cdot i(t)^2$. Položíme-li do rovnosti práci stejnosměrného proudu I a střídavého proudu $i = i(t)$ za jednu periodu, (za práci W dosazujeme integrál z výkonu) dostaneme vztah:

$$\int_0^T R\cdot I^2\,\mathrm{d}t = \int_0^T R\cdot i^2\,\mathrm{d}t$$

jako řešením pro efektivní hodnotu je vztah 3.8 .

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \, \mathrm{d}t} \tag{3.8}$$

Jestliže za i dosadíme rovnici harmonického proudu vyjde nám jako výsledek vztah 3.9 .

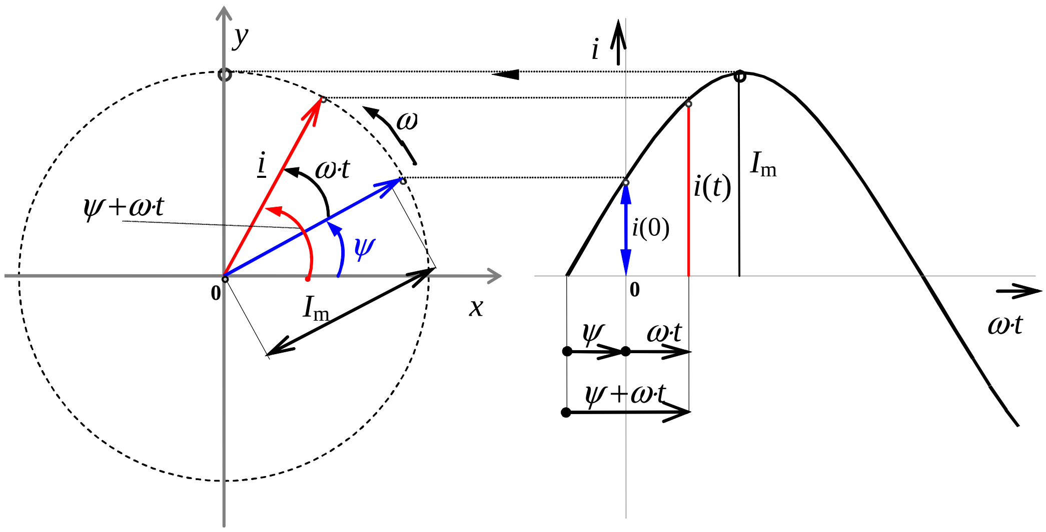
$$I = \frac{I_\mathrm{m}}{\sqrt{2}} \tag{3.9}$$

Poměr I_m/I se nazývá *vrcholový činitel* k_v, pro harmonické průběhy má hodnotu právě $\sqrt{2}$.

3.3 Symbolicko - komplexní metoda, fázory

Proto, abychom mohli matematicky řešit střídavé obvody, je výhodné vyjadřovat obvodové veličiny, tedy proudy a napětí pomocí *fázorů*. Příklad uvedeme opět pro proud.

Fázor je otáčející se úsečka (na pohled připomíná vektor), umístěná do počátku kartézského souřadnicového systému (nebo např. do *komplexní Gaussovy roviny*, viz. dále). Jeho velikost je rovna maximální hodnotě proudu a otáčí se proti směru otáčení hodinových ručiček úhlovou rychlostí ω, která je totožná s úhlovou rychlostí proudu. Přitom v čase nula je fázor pootočen o počáteční fázový úhel ψ. Průmět koncového bodu fázoru do svislé osy nám potom v každém okamžiku udává okamžitou hodnotu proudu, jak ukazuje obrázek 3.5. Jedna vlna proudu vznikne otočením fázoru kolem dokola o 2π radiánů (360°). (Sinusovka vlastně vzniká časovým rozvojem otáčivého pohybu - viz. základy matematiky). Takovýto otáčející se fázor označujeme podtrženým malým písmenem, např. $\underline{i}$.



Obr. 3.5 Konstrukce časového průběhu proudu pomocí fázoru

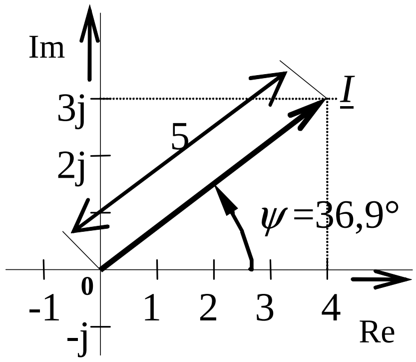
Při kladném úhlu ψ je fázor na počátku otočen v kladném směru otáčení, při záporném ψ naopak.

Otáčení fázoru ale uvažujeme pouze tehdy, hledáme-li okamžitou hodnotu veličiny. Jinak vystačíme s fázory zastavenými v jejich počáteční poloze, protože harmonická veličina je jednoznačně dána svou amplitudou a počátečním úhlem. *Takovýto zastavený fázor už není funkcí času, proto ho značíme velkým písmenem !* Při výpočtech většinou pracujeme s fázory, jejichž délka odpovídá efektivní hodnotě veličiny (nikoli maximální) - je to praktičtější.

Když si takovýto fázor nepoložíme do kartézských souřadnic, ale do Gaussovy komplexní roviny, představuje nám koncový bod fázoru komplexní číslo. *Fázor je reprezentován komplexním číslem* a tak s ním budeme také pracovat. To nám umožní provádět s ním poměrně snadno veškeré potřebné matematické operace.

Způsobů označení fázoru, se kterými se můžete setkat v literatuře je několik, buďto tučně ***I***, $\dot{I}$, $\hat{I}$, $\underline{I}$. My se přidržíme označení s podtržením $\underline{I}$.

Dále existuje několik způsobů jak fázor zapsat:



Obr. 3.8 Příklad fázoru v komplexní Gaussově rovině

– *Složkový tvar*, známý z matematiky $\underline{I} = x + \mathrm{j}y$, kde x je reálná složka fázoru Re{$\underline{I}$ }, y je imaginární složka fázoru Im{$\underline{I}$ } a $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$ je imaginární jednotka. (V elektrotechnice používáme pro označení imaginární jednotky j namísto v matematice obvyklého i, které by se pletlo s okamžitou hodnotou proudu).
Konkrétní příklad fázoru je na obr. 3.6 a jeho zápis ve složkovém tvaru by byl $\underline{I}$ = (4+j3) A . (Komplexní číslo píšeme do závorky, protože jednotka patří k oběma jeho složkám.)

– *Verzorový tvar*, používá převážně v elektrotechnice, $\underline{I} = I\angle\,\Psi$, kde I je efektivní hodnota proudu a ψ je počáteční fázový úhel ve stupních, případně v radiánech. Fázor z obrázku 3.6 by se v tomto případě zapsal $\underline{I}$ = 5 A $\angle 36{,}9°$. (Jednotka se píše hned za absolutní hodnotu proudu (veličiny), protože fázový úhel ψ už nemá rozměr proudu.)

– Třetím tvarem je *exponenciální (Eulerův) tvar*, známý též z matematiky $\underline{I} = I \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}$, kde e je základ přirozených logaritmů. V exponenciálním tvaru bychom měli zapisovat úhel v radiánech, nikoli ve stupních.

Dále si zopakujeme základní matematické operace s komplexními čísly. Tato látka by již měla být studentům známá z matematiky, proto se o ní zmíníme co nejstručněji.

Při výpočtech budeme používat pouze složkový a verzorový tvar komplexních čísel. V principu všechny potřebné matematické operace (sčítání, odčítání, násobení, dělení a vytvoření komplexně sdruženého čísla) lze provádět ve složkovém tvaru, ale někdy je výhodnější používat tvar verzorový. Proto si objasníme převod mezi těmito tvary.

– **Ze složkového tvaru na verzorový.**

$\underline{I} = x + \mathrm{j}y = I\angle\Psi$, kde absolutní hodnota proudu I a počáteční fázový úhel Ψ se spočítají podle vztahů 3.10 .

$$I = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\psi = \mathrm{arctg}\frac{y}{x} \qquad (3.10)$$

Pozor! jestliže je reálná složka fázoru x záporná, je nutné k výslednému úhlu přičíst 180°, jestliže je reálná složka nulová, vztah sice nedokážeme vyčíslit, ale limitním řešením bychom dostali ψ = +90° (y >1) nebo -90° (y <1).

– **Z verzorového tvaru na složkový**.

$\underline{I} = I\angle\Psi = x + \mathrm{j}y$. Složky x a y vypočítáme podle vztahů 3.11 .

$$x = I \cdot \cos(\psi)$$
$$y = I \cdot \sin(\psi) \qquad (3.11)$$

Nyní už k samotným matematickým operacím.

– *Sčítání a odčítání*.

K těmto operacím používáme složkový tvar komplexního čísla, provádí se to tak, že sčítáme (odečítáme) zvlášť reálnou a zvlášť imaginární složku.

Například součet dvou proudů, které jsou: $\underline{I}_1 = x_1 + \mathrm{j}\,y_1$; $\underline{I}_2 = x_2 + \mathrm{j}\,y_2$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = (x_1 + x_2) + \mathrm{j}(y_1 + y_2)$$

– *Násobení* se provádí ve verzorovém tvaru, a to tak, že absolutní hodnoty dvou fázorů se vynásobí, a jejich fázové úhly se sečtou. Vynásobení předchozích fázorů by vypadalo:

$$\underline{I}_1 = I_1 \angle \psi_1; \quad \underline{I}_2 = I_2 \angle \psi_2$$

$$\underline{I}_1 \cdot \underline{I}_2 = I_1 \cdot I_2 \angle (\psi_1 + \psi_2)$$

– *Dělení (podíl)* se provádí opět ve verzorovém tvaru. Absolutní hodnoty fázorů se vydělí a fázové úhly se odečtou. Úhel dělitele (jmenovatele) od úhlu dělence (čitatele).

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{I_1}{I_2} \angle (\psi_1 - \psi_2)$$

– *Komplexně sdružené číslo k danému komplexnímu číslu*, je číslo, u něhož je ve složkovém tvaru změněno znaménko u imaginární části, nebo ve verzorovém tvaru znaménko u fázového úhlu. Komplexně sdružené číslo se značí indexem *, např.

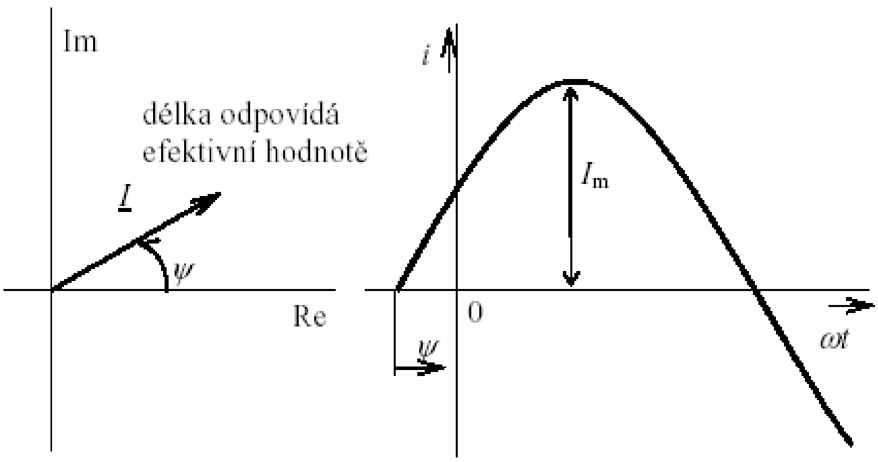
$$\underline{I}^* = x - jy = I \angle -\psi$$

<u>Pomocí těchto operací můžeme provádět všechny základní výpočty používané při řešení střídavých obvodů analogicky, jako u stejnosměrných s tím rozdílem, že všechny veličiny (i výsledky operací) budou fázory (komplexní čísla)!</u>

Protože nejběžnější hodnotou střídavých veličin, se kterou pracujeme, není maximální hodnota, ale efektivní, v praxi můžeme uvádět fázory v efektivních hodnotách. (Takový fázor už ale není možné použít k zjištění okamžité hodnoty veličiny, museli bychom výsledek vynásobit vrcholovým činitelem $\sqrt{2}$) !!!

Pozn:

Pro matematický popis střídavých obvodů nám někdy nestačí popisovat střídavé veličiny (proudy a napětí) pouze jejich efektivní hodnotou, která je reálné číslo, ale potřebujeme vyjádření, které v sobě zahrnuje jak velikost veličiny, tak její počáteční fázi.
Například, když řekneme, že střídavé napětí v zásuvce má efektivní hodnotu 230 V, je to dostačující informace, ale pokud bychom chtěli dvě obecná střídavá napětí sčítat, potřebujeme znát i jejich fázi.
Proto, byl zaveden popis střídavých veličin pomocí fázorů.
Fázor se vyjadřuje komplexním číslem, jehož velikost (modul nebo absolutní hodnota) je rovna efektivní hodnotě střídavé veličiny a fáze je rovna počáteční fázi střídavé veličiny.
Ve starší literatuře se někdy můžeme setkat i s fázory v maximálních, nikoli efektivních hodnotách.
Fázor můžeme vyjádřit i graficky, nakreslený v komplexní Gaussově rovině. Takový nákres se nazývá „fázorový diagram“



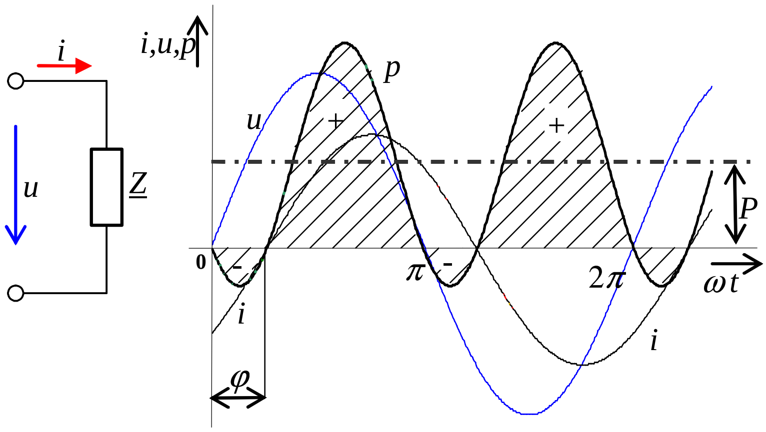
Obr. 3.5 Grafické vyjádření fázoru a souvislost s harmonickým průběhem

3.4 Výkon střídavého proudu

Střídavý proud mění periodicky svůj směr a velikost, podobně jako napětí. Proto se bude v čase periodicky měnit i *výkon* v obvodě. Pro okamžitou hodnotu výkonu platí vztah 2.9., pro připomenutí:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t).$$

Grafický průběh výkonu na obecné zátěži, kde napětí a proud mají vzájemný fázový posun φ je na obrázku 3.9 .



Obr. 3.9 Napětí, proud a výkon na obecné zátěži

Jak je vidět, okamžitý výkon má také harmonický průběh, ale s dvojnásobnou frekvencí než průběhy napětí a proudu. Kmitá kolem určité střední hodnoty lišící se od . To že výkon má v určitých okamžicích i záporné znaménko, znamená, že v této chvíli zátěž vrací energii zpátky do zdroje. Dosadíme-li si do vztahu 2.9 za napětí a proud harmonické průběhy, dostaneme vztah 3. 12 .

$$p(t) = \sqrt{2}U \cdot \sin(\omega t) \cdot \sqrt{2}I \cdot \sin(\omega t + \varphi) = U \cdot I \cdot \cos\varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi) \qquad (3.12)$$

Abychom mohli výkon popsat konstantní hodnotou a ne časovým průběhem, zavádíme (podobně jako jsme pro proud a napětí zavedli efektivní hodnoty) tři druhy výkonu, *činný*, *jalový*, a *zdánlivý*, které již nejsou funkcemi času.

3.4.1 Činný výkon

Je to střední hodnota z průběhu výkonu. Tento výkon se ve spotřebiči přeměňuje na jiný druh energie, koná užitečnou práci, odtud název činný. Činný výkon se označuje písmenem P a jeho jednotkou je watt (W). Vyjádříme-li si ze vztahu 3.12 střední hodnotu výkonu, dostaneme pro činný výkon vztah:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad (3.13)$$

Kde veličinu cos φ nazýváme účiník a jde v elektrotechnice o poměrně důležitou veličinu.

3.4.2 Jalový výkon

Z obrázku 3.9 je vidět, že část výkonu se v určitých okamžicích vrací do zdroje, tomuto výkonu přelévajícímu se mezi zdrojem a spotřebičem říkáme *jalový výkon*. Označuje se Q, jiné možné označení podle normy je P_q a jeho jednotkou je var (ze slov voltampér reaktanční, protože jalový výkon se realizuje na reaktanci). Platí pro něj vztah:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad (3.14)$$

Tento výkon nekoná žádnou užitečnou práci, ale je nutný pro funkci spotřebičů (k vytvoření elektrického nebo elektromagnetického pole).

3.4.3 Zdánlivý výkon

Zdánlivý výkon určitým způsobem shrnuje činný a jalový výkon. Značíme ho S jiné možné označení je P_S a jeho jednotkou je voltampér (V·A). Pro zdánlivý výkon platí:

$$S = U \cdot I \qquad (3.15)$$

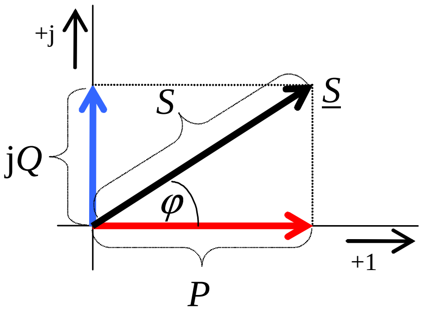
Tento výkon nám udává zatížení elektrických zdrojů, např. transformátorů, bývá uveden na jejich *výkonových štítcích.*

Dále si můžeme zavést ještě jeden pojem *komplexní zdánlivý výkon*, který vypočítáme ze vztahu:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^{*} = P + \mathrm{j}Q \qquad (3.16)$$

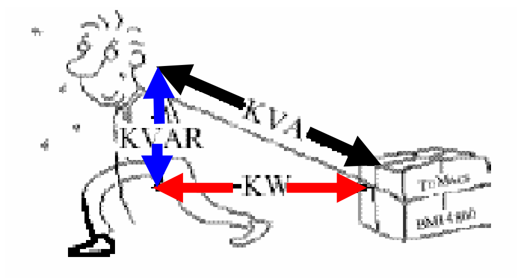
Kde $\underline{I}^{*}$ je komplexně sdružená hodnota proudu. Jednotkou komplexního zdánlivého výkonu je opět voltampér (V·A).

Jak je vidět, z komplexního zdánlivého výkonu $\underline{S}$ můžeme potom rozdělením na reálnou a imaginární část získat hodnoty činného i jalového výkonu. Činný, jalový (nejsou fázory) a zdánlivý výkon tvoří strany pravoúhlého trojúhelník, přičemž činný a jalový mají vzájemný fázový posun π/2 a zdánlivý je jejich součtem. Tuto situaci znázorňuje fázorový diagram na obr. 3.10 .

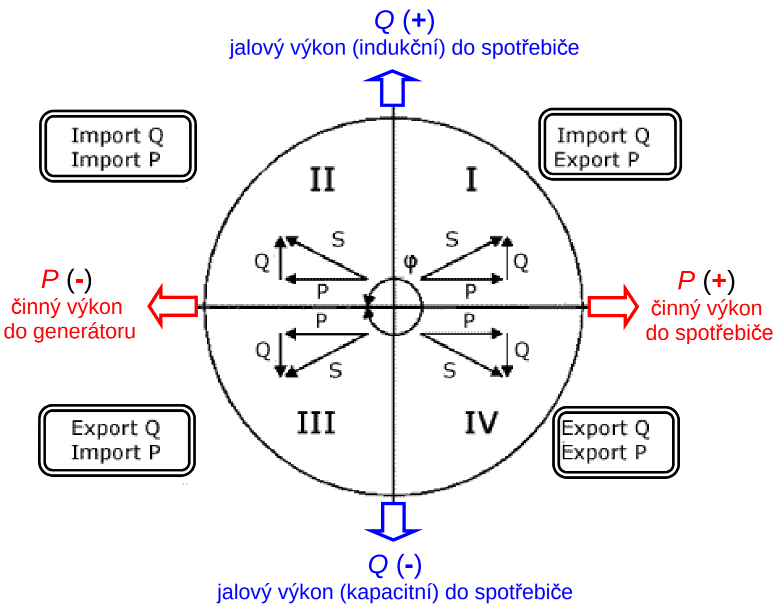


Obr. 3. 10 Fázorový diagram výkonů

Pomůcky pro zapamatování:



nebo



Kvadrant	*P*	*Q*	*φ*
I.	+	+	0°≤*φ*≤90°
II.	-	+	90°<*φ*≤180°
III.	-	-	0°<*φ*≤-90°
IV.	+	-	-90°<*φ*≤-180°

3.5 Pasivní dvojpóly v obvodu střídavého proudu

V této kapitole se budeme zabývat chováním ideálních pasivních prvků (rezistoru, induktoru a kapacitoru) v obvodech harmonického proudu. Pokud bychom chtěli uvažovat reálné prvky, museli bychom je nahradit takovouto kombinací několika ideálních prvků (viz. kapitola 3.6).

3.5.1 Rezistor

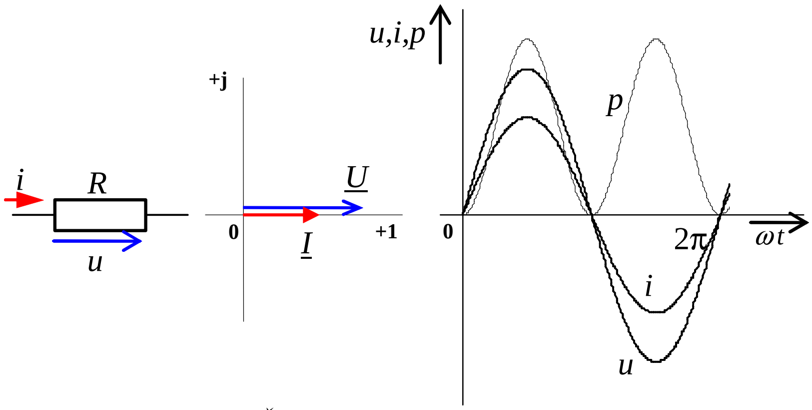
Mezi okamžitou hodnotou proudu a napětí na rezistoru platí vztah 2.8 $u_R = R \cdot i$ (Ohmův zákon pro okamžité hodnoty). Znamená to, že velikost proudu je v každém okamžiku přímo úměrná velikosti napětí. Proto platí Ohmův zákon i pro efektivní hodnoty proudu a napětí a také pro fázory proudu a napětí na rezistoru.

$$I = U/R \qquad (3.17)$$
$$\underline{I} = \underline{U}/R \qquad (3.18)$$

Mezi napětím a proudem není žádný fázový posuv, $\varphi = 0$, $\cos(\varphi) = 1$, $\sin(\varphi) = 0$, jak je také vidět na obrázku 3.11. Proto ze vztahu 3.13 plyne, že činný výkon na rezistoru je dán:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \qquad (3.19)$$

Kde U a I jsou efektivní hodnoty. Ze vztahu 3.14 je jasné, že se na rezistoru <u>nerealizuje žádný jalový výkon, jen činný.</u>



Obr. 3. 11 Časový průběh napětí, proudu a výkonu na rezistoru a fázorový diagram

3.5.2 Induktor

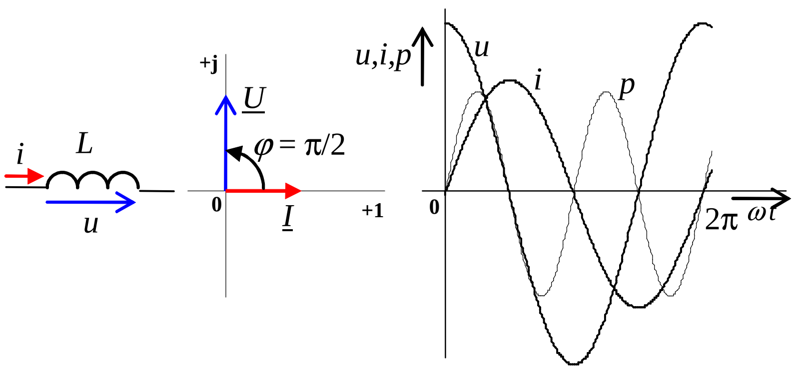
Pro okamžité hodnoty napětí a proudu na induktoru platí vztah 2.12 , když za proud dosadíme vztah pro harmonický proud 3.5 , vyjde nám pro napětí vztah 3.20:

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}\,I_\mathrm{m}\cdot\sin(\omega t+\psi)}{\mathrm{d}t} = L\cdot I_\mathrm{m}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t+\psi) = I_\mathrm{m}\cdot X_\mathrm{L}\cdot\sin(\omega t+\psi+\pi/2) \qquad (3.20)$$

Kde X_l je takzvaná <u>*indukční reaktance*</u>, její jednotkou je Ohm (Ω) a je to konstanta úměrnosti mezi velikostí napětí a proudu na cívce. Převrácená hodnota reaktance se nazývá (indukční) *susceptance* $B_L = 1/X_L$.

$$X_L = \omega \cdot L \qquad (3.21)$$

Ze vztahu 3.20 je vidět, že napětí se předbíhá před proudem o π/2 (90°), $\varphi = \pi/2$. Napíšeme-li Ohmův zákon pro induktor v komplexním tvaru, vyjde nám:



Obr. 3. 12 Časový průběh napětí, proudu a výkonu na induktoru a fázorový diagram

$$\underline{U} = \mathrm{j}X_\mathrm{L}\cdot\underline{I}$$
$$\underline{I} = -\mathrm{j}\frac{\underline{U}}{X_\mathrm{L}} \qquad (3.22)$$

Obdobně platí Ohmův zákon i pro absolutní hodnoty proudu a napětí:

$$U = X_L \cdot I \qquad (3.23)$$

Z tohoto vztahu lze samozřejmě vyjádřit i proud a induktivní reaktanci.

Protože mezi napětím a proudem na induktoru je fázový posun $\varphi = \pi/2$, realizuje se na induktoru pouze jalový výkon. Jalovému výkonu na induktoru přisuzujeme kladné znaménko (u kapacitoru tomu bude naopak). Průběhy napětí a proudu na induktoru a jejich fázorový diagram jsou na obr. 3.12 .

Stručně řečeno, induktor se chová vůči proudu jako *setrvačný - akumulační člen*, (akumuluje energii v podobě proudu), proto se průběh proudu opožďuje za průběhem napětí.

3.5.3 Kapacitor

Mezi napětím a proudem na kapacitoru platí vztah 2.15 , když si z tohoto vztahu vyjádříme $\underline{U}$ a dosadíme harmonický průběh proudu, vyjde nám pro napětí řešení:

$$u = \frac{1}{C} \cdot \int i \, \mathrm{d}t = \frac{1}{C} \cdot \int I_{\mathrm{m}} \cdot \sin(\omega t + \psi) \mathrm{d}t = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\omega \cdot \mathrm{C}} \cdot \left[-\cos(\omega t + \psi) \right] = \frac{I_{\mathrm{m}}}{B_{\mathrm{C}}} \cdot \sin(\omega t + \psi - \pi/2) \qquad (3.24)$$

Kde B_{C} je *kapacitní susceptance*, jednotkou je siemens [S], ale častěji se používá převrácená hodnota susceptance - *kapacitní reaktance* X_{C}, její jednotkou je ohm (Ω).

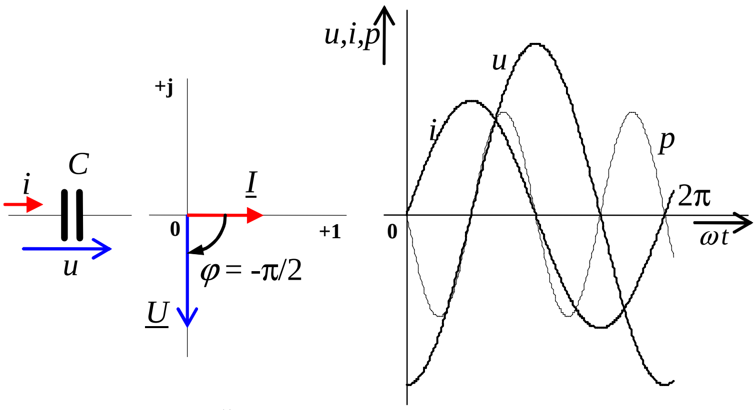
$$X_{\mathrm{C}} = \frac{1}{B_{\mathrm{C}}} = \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad (3.25)$$

Mezi napětím a proudem je opět fázový posuv π/2, ale v opačném směru než u induktoru, napětí se zpožďuje za proudem, $\varphi = -\pi/2$. Časový průběh a fázorový diagram napětí a proudu na induktoru nám ukazuje obrázek 3.13 .

Podobně jako u induktoru můžeme i pro kapacitor napsat Ohmův zákon jak v komplexním tvaru pro fázory, tak i pro absolutní hodnoty proudu a napětí:

$$\underline{U} = -\mathrm{j}X_{\mathrm{C}} \cdot \underline{I}$$
$$|U| = U = X_{\mathrm{C}} \cdot I \qquad (3.26)$$

Analogicky s induktorem se také na kapacitoru realizuje pouze jalový výkon, kterému ovšem přisuzujeme tentokrát záporné znaménko. To znamená, že jalový výkony kapacitoru a induktoru se mohou vzájemně odečítat. Toho se ve skutečnosti také využívá (kompenzace účiníku).



Obr. 3. 13 Časový průběh napětí, proudu a výkonu na kapacitoru a fázorový diagram

3.6 Sériové a paralelní řazení pasivních prvků

V předchozí kapitole jsme si odvodili, jaké jsou vztahy mezi napětím a proudem na ideálních prvcích. V praxi se ale v elektrických obvodech setkáváme s různými sériovými a paralelními kombinacemi těchto prvků a s reálnými prvky. Tyto reálné prvky také nahrazujeme sériovou či paralelní kombinací několika ideálních prvků.

Abychom mohli vyřešit poměr mezi napětím a proudem u libovolného obvodu, zavedeme si pojem *impedance* a *admitance*. Impedance je poměr mezi napětím a proudem, je to určitá analogie odporu, zahrnuje v sobě jak odpory R, tak i reaktance X. Protože napětí i proud máme vyjádřeny jako komplexní číslo, musí být i impedance komplexním číslem. I když impedance z fyzikální podstaty není fázor (neotáčí se v čase), značíme ji stejně jako fázory ! Označení impedance je $\underline{Z}$, jednotkou je ohm (Ω). Někdy používáme pouze absolutní hodnotu impedance, která se značí prostě Z, nebo $|\underline{Z}|$.

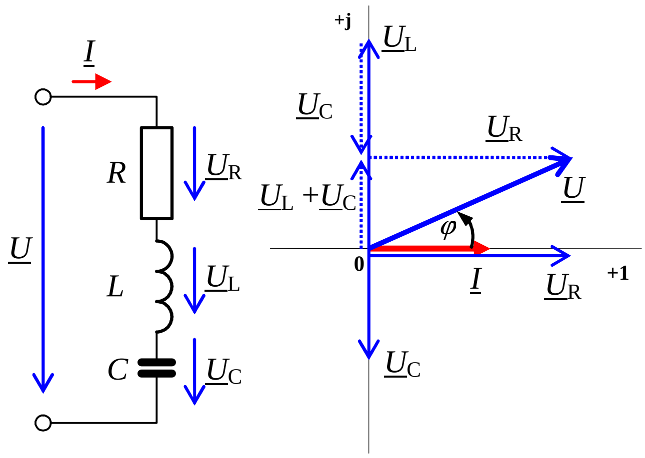
Převrácenou hodnotou impedance je *admitance*, je to opět určitá analogie vodivosti, označuje se $\underline{Y}$ a její jednotkou je siemens [S]. Absolutní hodnota admitance se značí Y.

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \qquad (3.27)$$

3.6.1

3.6.2 Sériové řazení prvků

Při sériovém řazení prvků prochází všemi prvky stejný proud, a celkové napětí je rovno součtu napětí na jednotlivých prvcích. Na obrázku 3.14 máme sériové řazení rezistoru, kapacitoru a indukčnosti. Fázorový diagram znázorňuje napětí a proudy v obvodě a pomocí grafického součtu řeší výsledné napětí v obvodě.



Obr. 3.14 Sériové řazení prvků R, L, C a jejich fázorový diagram

Napětí na jednotlivých prvcích budou:

$\underline{U}_R = R \cdot \underline{I}$; $\underline{U}_L = jX_L \cdot \underline{I}$; $\underline{U}_C = -jX_C \cdot \underline{I}$

Výsledné napětí potom bude:

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} + jX_L \cdot \underline{I} - jX_C \cdot \underline{I} =$$

$$= \underline{I} \cdot \left(R + j(X_L - X_C)\right)$$

Jestliže je impedance poměr napětí ku proudu, tak pro impedanci sériového řazení R, L, C potom platí vztah 3.28:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) \qquad (3.28)$$

Velikost - hodnota impedance se určí:

$$|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (3.29)$$

Kdyby v zapojení některý z prvků chyběl, tak by se ve vztahu pro impedanci příslušný člen neobjevil. Kdyby byl v zapojení některý prvek vícekrát, ke každému prvku by příslušel jeden člen ve vztahu pro impedanci.

3.6.2

3.6.3 Paralelní řazení prvků

Při paralelním spojení několika prvků je na všech stejné napětí, a výsledný proud je dán součtem dílčích proudů. V tomto případě bude výhodnější, vypočítáme li výslednou admitanci obvodu, a impedanci pak získáme jako její převrácenou hodnotu.

Na obrázku 3.15 máme paralelní kombinaci *R*, *L*, *C* a příslušný fázorový diagram.

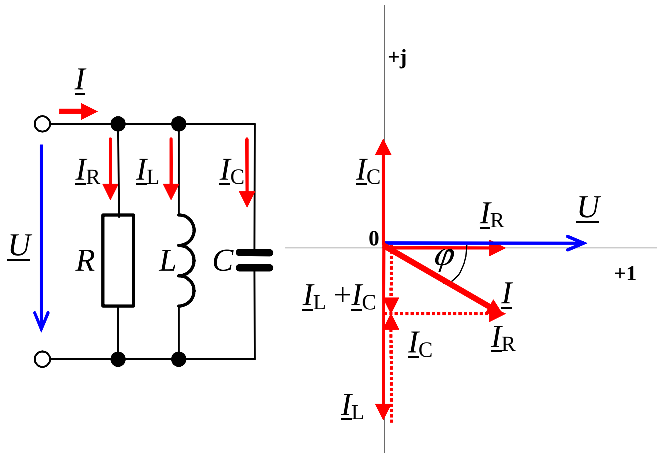
Jednotlivé dílčí proudy budou:

$$\underline{I}_{\mathrm{R}} = \frac{\underline{U}}{R};\ \underline{I}_{\mathrm{L}} = \frac{\underline{U}}{\mathrm{j}X_{\mathrm{L}}};\ \underline{I}_{\mathrm{C}} = \frac{\underline{U}}{-\mathrm{j}X_{\mathrm{C}}}$$

Pro celkový proud tedy platí:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} + \frac{\underline{U}}{\mathrm{j}X_{\mathrm{L}}} + \frac{\underline{U}}{-\mathrm{j}X_{\mathrm{C}}} =$$

$$= \underline{U} \cdot \left(\frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\frac{1}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{1}{X_{\mathrm{L}}} \right) \right)$$



Obr. 3.15 Paralelní řazení prvků R, L, C a jejich fázorový diagram

Z tohoto výrazu si můžeme vyjádřit admitanci paralelního obvodu jako:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\left(\frac{1}{X_{\mathrm{C}}} - \frac{1}{X_{\mathrm{L}}} \right) = G + \mathrm{j}\left(B_{\mathrm{C}} - B_{L}\right) \qquad (3.\ 30)$$

Kde *G* je vodivost rezistoru a B_{C} a B_{L} jsou susceptance induktoru a kapacitoru.

3.6.3 Sériově paralelní řazení prvků

Máme-li v obvodě složitější *sério - paralelní řazení prvků*, postupujeme metodou postupného zjednodušování, analogicky jako u stejnosměrných obvodů (kapitola 2.3.1), s tím rozdílem, že všechny veličiny jsou fázory (komplexní čísla). Platí i vztahy pro transfiguraci hvězda - trojúhelník (2.25 a 2.26), ovšem místo odporů musíme uvažovat impedance a opět počítat v komplexním oboru.

Jestliže máme v obvodě více zdrojů, můžeme použít metodu Kirchoffových rovnic (kapitola 2.3.2), nebo metodu smyčkových proudů (kapitola 2.3.3). Pro řešení těmito metodami musí mít všechny zdroje v obvodě stejnou frekvenci.

Při řešení složitějších obvodů máme často za úkol slovně popsat *výsledný charakter obvodu* (zátěže) vůči zdroji. Tento charakter vychází z fázového posunu mezi celkovým proudem a napětím. Přičemž jak jsme dříve uvedli, úhel se počítá od napětí k proudu. Charakter obvodu také určuje znaménko jalového výkonu dodávaného do obvodu. Spokojíme-li se s hrubším odhadem, postačí nám tři typy charakterů odporový ($\varphi = 0$), induktivní ($\varphi > 0$) a kapacitní ($\varphi < 0$).

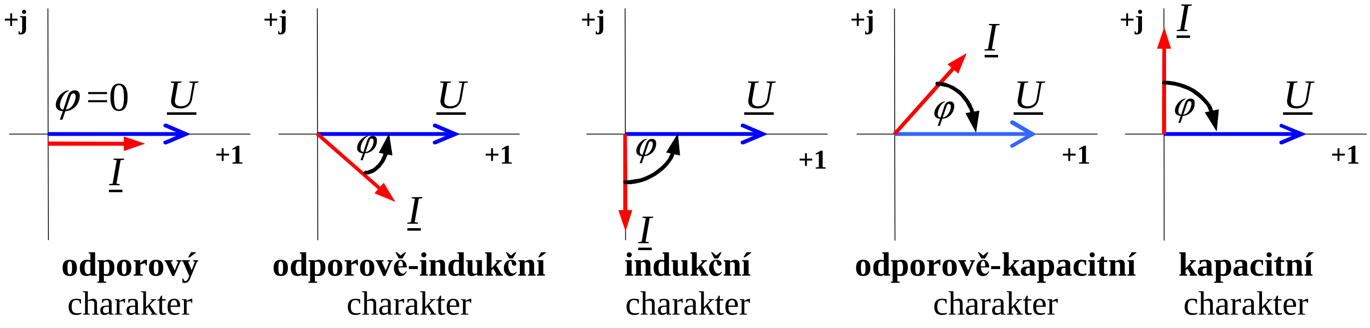
Chceme-li být ale zcela přesní, musíme rozeznávat 5 druhů charakterů zátěže:

- Odporový - jestliže $\varphi = 0$, $Q = 0$. Tento stav může nastat ve dvou případech. Buďto když máme v obvodě *pouze* odpory, nebo když dojde ke *vzájemnému vyrušení kapacitních a induktivních reaktancí*. Tento stav nazýváme *rezonance* a je obsahem další kapitoly.
- Odporově induktivní - jestliže $0 < \varphi < \pi/2$, $Q > 0$. Obvod se chová jako spojení rezistoru a induktoru (např. reálná cívka).

– Induktivní $\varphi = \pi/2$, $Q > 0$. Tento stav nastane, máme-li v obvodě ideální induktor, eventuelně i ideální kapacitor, přičemž induktivní složka převažuje.

– Odporově kapacitní, jestliže $-\pi/2 < \varphi < 0$, $Q < 0$. Obvod se navenek chová jako spojení rezistoru a kapacitoru (např. reálný kondenzátor).

– Kapacitní charakter - jestliže $\varphi = -\pi/2$, $Q < 0$. Tento případ nastane, máme-li v obvodě ideální kapacitor. Může tam být spolu s ním i ideální induktor, ale kapacitní složka musí převažovat.
Fázorové diagramy jednotlivých případů znázorňuje obrázek 3.16 .



Obr. 3.16 Fázorové diagramy jednotlivých druhů zátěže

3.7 Rezonance

U každého střídavého obvodu, který obsahuje induktory, kapacitory a eventuelně i rezistory (platí to i pro reálné obvody s cívkami, kondenzátory a odporníky), může nastat při určité napájecím kmitočtu stav, při němž je *fázový posun roven nule*. Tedy celkové *napětí a proud jsou ve fázi, obvod se chová jako by měl pouze odpor.*

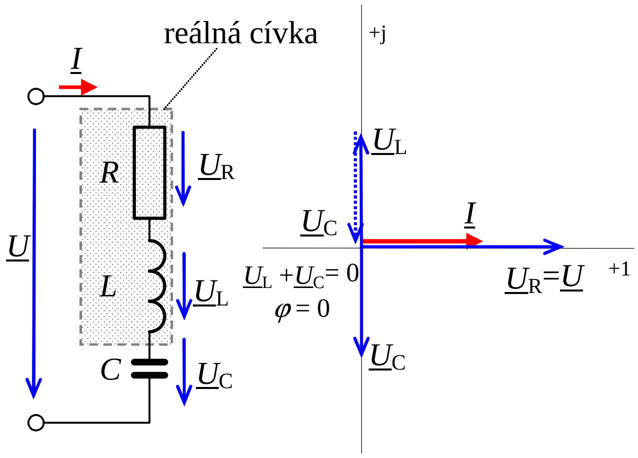
Tento stav je důležitý v technické praxi, často ho využíváme při kompenzaci účiníku (bude popsáno dále), v oscilátorech, ladicích obvodech. Jindy se mu ale snažíme zabránit, protože může být nebezpečný (vzniká přepětí).

Jak jsme již ubylo uvedeno, rezonance může nastat v libovolném obvodě, který obsahuje indukčnosti a kapacity, ale dále se omezíme pouze na sériové a paralelní *R-L* obvody. Přičemž budeme uvažovat nejdříve, že máme *ideální induktor* a pak *reálnou cívku*, která má i odpor (kondenzátor můžeme většinou považovat za ideální prvek).

Při hledání rezonančního kmitočtu postupujeme tak, že si vyjádříme vztah pro impedanci, nebo admitanci obvodu, a jejich *imaginární část položíme rovnu nule*. Z tohoto vztahu potom vyřešíme vzorec pro *rezonanční kmitočet* f_r. Je zcela jedno, použijeme-li pro odvození rezonančního kmitočtu f_r (resp. *rezonančního úhlového kmitočtu* ω_r) impedanci nebo admitanci, protože jestliže bude mít impedance nulovou imaginární část, bude ji mít i admitance.

3.7.1 Sériový rezonanční obvod

Jak uvidíme, u tohoto obvodu nemá na rezonanční kmitočet vliv, zda-li je v obvodě zapojen ideální induktor, nebo reálná cívka. Odvození tedy provedeme pro obvod s *reálnou cívkou*. Jde přitom vlastně o *sériový obvod R-L-C*, tak jak nám ho znázorňuje obr. 3.17 .



Obr. 3.17 Sériový rezonanční obvod a jeho fázorový diagram

Celková impedance obvodu je:

$$\underline{Z} = R + \mathrm{j}\left(X_\mathrm{L} - X_\mathrm{C}\right) = R + \mathrm{j}\left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)$$

Z tohoto vztahu si snadno vyjádříme imaginární část a tu položíme rovnu nule:

$$\{\underline{Z}\} = \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = 0$$

Tuto rovnici poměrně jednoduše vyřešíme, a jako řešení pro rezonanční úhlový frekvenci dostaneme vztah 3.31, který je známý např. z fyziky pod názvem Thomsonův vztah:

$$\omega_\mathrm{r} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \qquad f_\mathrm{r} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \tag{3.31}$$

Dále odvodíme, jaký bude v obvodě při rezonanci proud, a jaké budou napěťové poměry. Je jasné, že proud bude dán pouze podílem napětí a odporu.

$$I = \frac{U}{R} \tag{3.32}$$

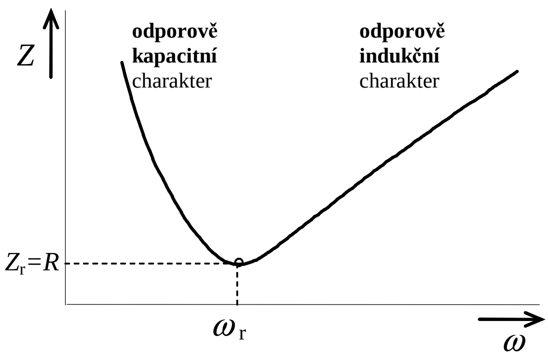
Počítáme pouze s absolutními hodnotami, protože nás zajímá pouze velikost napětí a proudu, fázové posuvy jsou jasné z fázorového diagramu na obr. 3.14 .

Napětí na rezistoru se rovná napětí zdroje, a napětí na kondenzátoru bude shodné s napětím na induktoru:

$$U_\mathrm{L} = U_\mathrm{C} = X_\mathrm{L} \cdot \frac{U}{R} \tag{3.33}$$

Jelikož X_L a X_C bývá při rezonanci několikanásobně vyšší než hodnota R, může být při rezonanci na kondenzátoru a na cívce několikanásobně vyšší napětí, než je napětí zdroje. Proto je potřeba nežádoucím sériového obvodu *L-C* zabránit (vyhnout se rezonanční frekvencím, nebo máme-li pevnou frekvenci navrhnou součástky tak, aby k rezonanci nedošlo), jelikož by mohly způsobit zničení zařízení *přepětím*. Při práci s rezonančními obvody je třeba dbát také zvýšené opatrnosti, protože v obvodě napájeném napětím např. 12V se mohou lehce vyskytnout i napětí několik set voltů, které může způsobit úraz.

Tento rezonanční obvod ovšem také využíváme v elektronických aplikacích, například v různých filtrech vyšších harmonických, apod.



Obr. 3.18 Závislost impedance sériového rezonančního obvodu na hodnotě ω

Závislost absolutní hodnoty impedance sériového *R-L-C* obvodu na úhlovém kmitočtu s vyznačením bodu kde nastane rezonance, je na obr. 3.18 .

3.7.2 Paralelní rezonanční obvod

U tohoto obvodu již bude záležet na tom, jestli budeme uvažovat ideální induktor, nebo reálnou cívku. Nejdříve si tedy provedeme analýzu - odvození pro ideální prvky.

Ideální paralelní rezonanční obvod (i. r. o.)

Tuto situaci znázorňuje obrázek 3.19 .

Budeme vycházet z *admitance obvodu*, protože ta se dá u paralelního obvodu snadněji vyjádřit. Je dána:

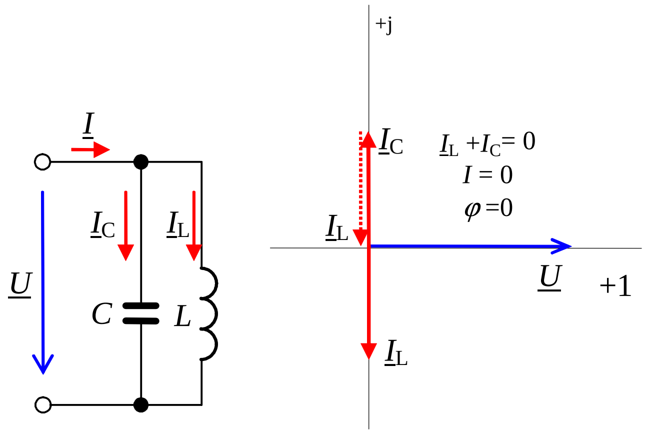
$$\underline{Y} = \mathrm{j}\left(B_{\mathrm{C}} - B_{\mathrm{L}}\right) = \mathrm{j}\left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}\right)$$

Admitance u i. r. o. nemá reálnou část, takže ji celou položíme rovnu nule:

$$\{\underline{Y}\} = \left(\omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L}\right) = 0$$

Vyřešením této rovnice dojdeme ke stejnému výsledku jako u sériového obvodu. Rezonanční úhlový kmitočet, resp. rezonanční kmitočet pro i. r. o. je:

$$\omega_{\mathrm{r}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \qquad f_{\mathrm{r}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \qquad (3.34)$$



Obr. 3.19 Paralelní rezonanční obvod a jeho fázorový diagram

Jelikož admitance tohoto obvodu je při rezonanci nulová, impedance se blíží nekonečnu.

Ideální paralelní rezonanční obvod neodebírá ze zdroje žádný proud.

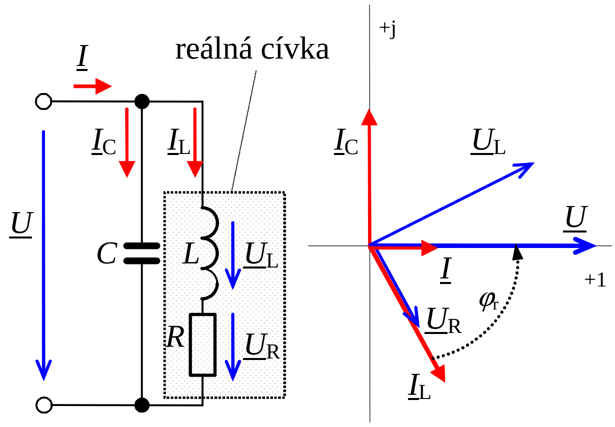
Reálný paralelní rezonanční obvod (r. p. r. o.)

U tohoto obvodu uvažujeme reálnou cívku, která má kromě indukčnosti i určitý odpor. V tomto případě, bude rezonanční frekvence záviset i na velikosti odporu. Obvod i s příslušným fázorovým diagramem je na obr. 3.20 .

Pro admitanci tohoto obvodu platí vztah:

$$\underline{Y} = \mathrm{j}\omega \cdot C + \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega \cdot L} =$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} + \mathrm{j}\left(\omega \cdot C - \frac{\omega \cdot L}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}\right)$$



Obr. 3.20 Paralelní rezonanční obvod s reálnou cívkou a jeho fázorový diagram

Z tohoto výrazu si opět vyjádříme imaginární část a položíme ji rovnu nule:

$$\left(\omega \cdot C - \frac{\omega \cdot L}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}\right) = 0$$

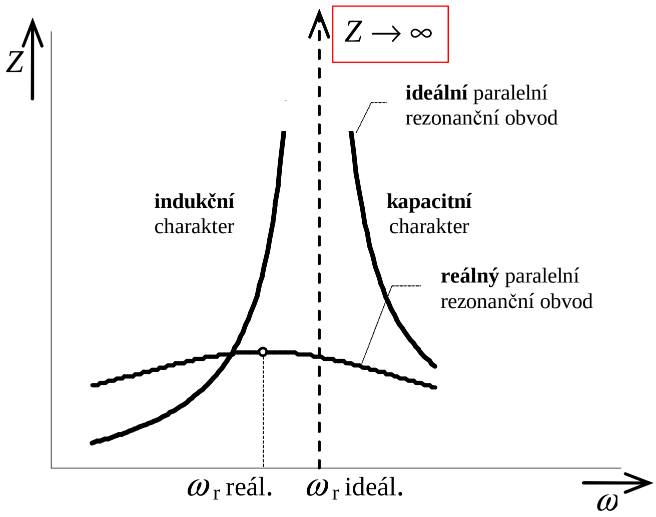
Jako výsledek pro rezonanční frekvenci dostaneme:

$$\omega_{\mathrm{r}} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{L^2}} \qquad f_{\mathrm{r}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{L^2}} \qquad (3.35)$$

Ze vztahu 3.35 vidět, že kdyby byl odpor cívky roven nule, dostali bychom opět Thomsonův vztah, jako jsme si ho odvodili pro předchozí případ s ideální cívkou (induktorem).

Závislost absolutní hodnoty impedance ideálního i skutečného paralelního obvodu *L- C* (*R-L-C*) je na obrázku 3.21. Je na něm vidět, že rezonanční úhlový kmitočet je u obou obvodů různý a také to, že u i. r. o. roste při rezonanci impedance k nekonečnu.

Paralelní rezonanční obvod má poměrně široké uplatnění, používá se v ladicích obvodech přijímačů a hlavně pro kompenzaci účiníku.



Obr. 3.21 Závislost impedance ideálního a reálného paralelního rezonančního obvodu na ω

3.8. Kompenzace účiníku

Mnoho běžně používaných spotřebičů má induktivně odporový charakter, například asynchronní motory, transformátory, svářečky, zářivková svítidla ap. Tyto spotřebiče potřebují ke své činnosti jalový výkon induktivního charakteru. Ten ale nekoná žádnou práci. Jalový výkon se pouze přelévá po vedení mezi zdrojem a spotřebičem a způsobuje ztráty. Princip kompenzace spočívá v tom, že potřebný induktivní jalový výkon vyrobíme v kondenzátorech (nebo v synchronních kompenzátorech, což jsou synchronní motory pracující naprázdno v přebuzeném stavu) přímo u spotřebiče a po vedení přivádíme buď pouze činný výkon, nebo velikost jalového výkonu podstatně zmenšíme. To bude mít za následek zmenšení proudu protékajícího přívodním vedením a tím pádem menší ztráty, nebo při stejných ztrátách můžeme použít vedení s menším průřezem. V energetických sítích bývá obvyklé, že se kompenzuje tak, aby $\cos\varphi$ byl 0,95 induktivního charakteru.

Kompenzaci provádíme nejčastěji jako trojfázovou, protože rozvod a většina spotřebičů v průmyslu bývají trojfázové. Při kompenzaci pomocí kondenzátorů, zapojujeme tři kondenzátory do hvězdy, nebo častěji do trojúhelníka. Kompenzace může buďto regulovaná, nebo neregulovaná. Regulace se provádí buďto nespojitě, tak že místo jednoho kondenzátoru je v každé fázi paralelní baterie kondenzátorů a automatický regulátor provádí jejich připojování, nebo odpojování podle potřeby jalového výkonu v síti. Regulace spojitá může být pomocí výkonových polovodičových prvků. Tento způsob je složitější.

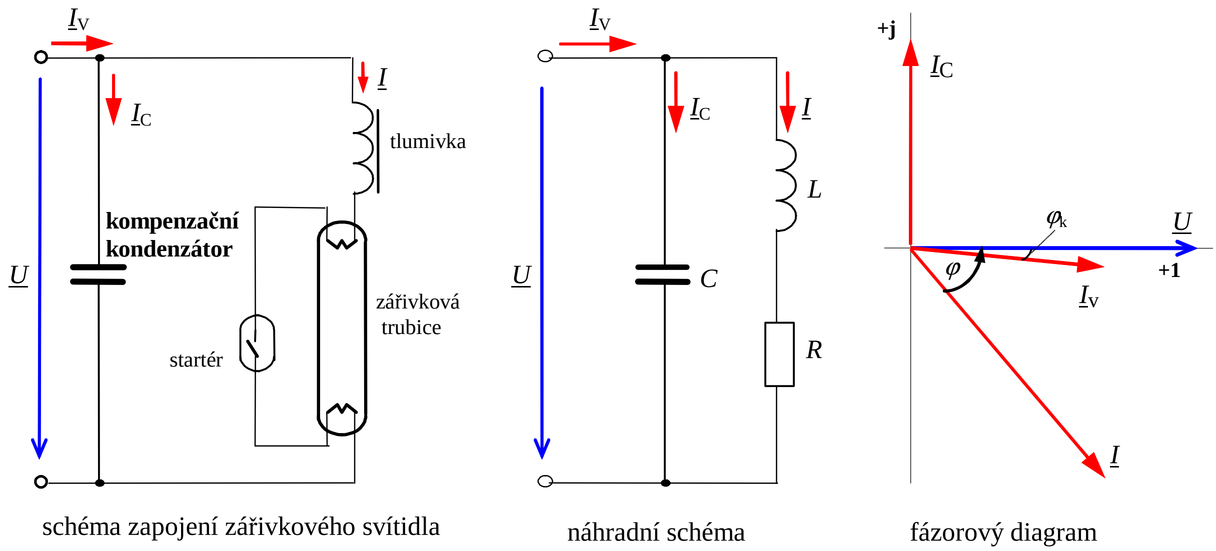
Podle umístění můžeme mít kompenzaci

– *Individuální* - každý spotřebič má své vlastní kompenzační kondenzátory. Výhodou je to, že tato kompenzace většinou nemusí být regulovaná a že kompenzace se provede co nejblíže spotřebiči, takže po přívodním vedení se nemusí přelévat žádný jalový výkon. Nevýhodou je, že ke každému spotřebiči potřebujeme kompenzační kondenzátory. Tato kompenzace se používá například v klasických zářivkách, kde v každém svítidle bývá kompenzační kondenzátor.

– *Skupinová* - kompenzuje se najednou několik spotřebičů připojených na jeden rozvaděč, např. spotřebiče v jedné dílně. Zde ušetříme počet kompenzačních kondenzátorů, ale nevýhodou je, že kompenzace musí být regulovaná, protože spotřebiče nepracují vždy současně a velikost odebíraného jalového výkonu se mění.

– *Centrální* - kompenzace se provádí centrálně v rozvodně pro celý závod, výhody a nevýhody jsou obdobné jako u skupinové kompenzace.

Jak se vypočítá velikost potřebné kondenzátorové baterie si uvedeme na následujícím příkladě zářivkového svítidla. Schéma, náhradní schéma a fázorový diagram je na obr. 3.22.



Obr. 3.22. Schéma a fázorový diagram zářivkového svítidla s filtračním kondenzátorem

V tomto případě se činný výkon odebíraný ze spotřebičem před a po kompenzaci nemění.

Pro jalový výkon kompenzačního kondenzátoru lze odvodit vztah:

$$Q_C = P \cdot (\mathrm{tg}\,\varphi - \mathrm{tg}\,\varphi_k), \qquad (3.35)$$

kde: P je činný výkon odebíraný spotřebičem,
Q_C je jalový výkon kondenzátorové baterie
φ a φ_k jsou fázové posuvy před a po kompenzaci, (φ respektive cosinus φ většinou udává výrobce spotřebiče- zařízení).

Známe-li potřebný jalový výkon, příslušnou kapacitu kondenzátoru vypočítáme jako

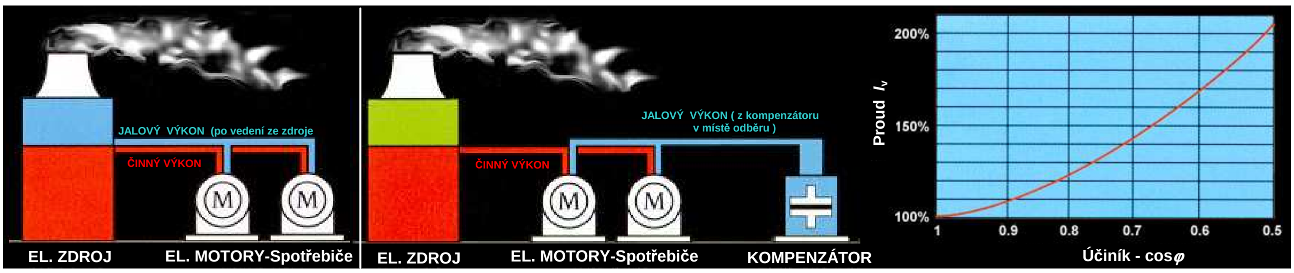
$$C = \frac{Q_C}{\omega \cdot U^2}, \qquad (3.36)$$

kde: ω je úhlový kmitočet napájecí sítě
U je napětí na které je kondenzátor připojen.

Pozn:
V případě že by se jednalo o trojfázovou kompenzaci, byla by kapacita jednoho kondenzátoru třetinová!

Po kompenzaci se sníží hodnota nejenom proudu I_v, ale i hodnota fázového posuvu φ mezi proudem a napětím a zvýší se tak hodnota cos φ.

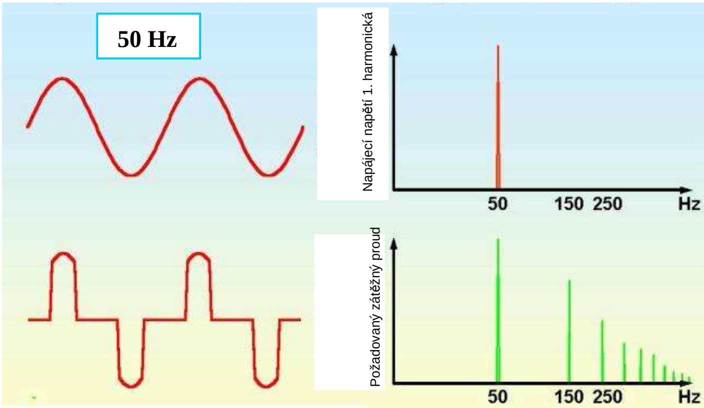
Názorný příklad kompenzace:



Situace před kompenzací — Situace po kompenzaci — Závislost nárůstu proudu při poklesu účiníku

3.9 Neharmonické průběhy

Zatím jsme se zabývali pouze obvody s harmonickými průběhy proudů a napětí (zpravidla 1. harmonické). V praxi se ale vyskytují i proudy a napětí s průběhy neharmonickými, zvláště v obvodech, kde se používají polovodičové měniče, které s rozvojem výkonové elektroniky nacházejí uplatnění stále častěji. Řešení takovýchto obvodů je podstatně složitější, proto si pouze nastíníme jeho princip. Vycházíme z toho, že každý *periodický* průběh s úhlovým kmitočtem ω lze rozložit na *řadu (spektrum) harmonických průběhů*, které nazýváme vyšší harmonické složky. Jejich úhlové rychlosti jsou násobkem základního úhlového kmitočtu ω.



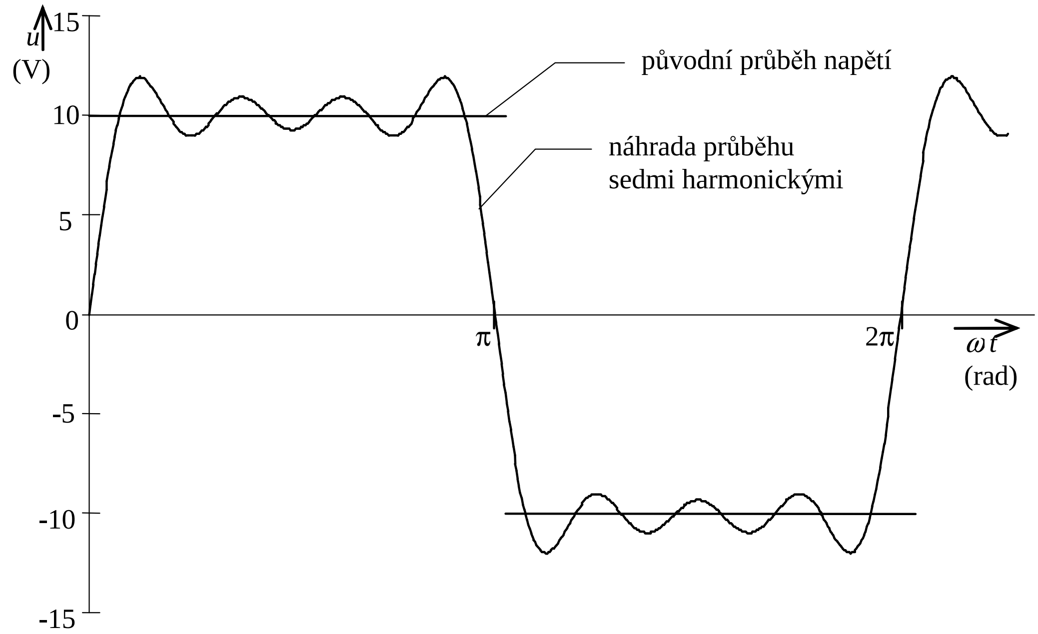
Tvar proudu usměrňovačem při nabíjení kondenzátoru při napěťových špičkách

Frekvenční spektrum harmonických napětí a proudu

Napětí a proud potom řešíme jako součet těchto harmonických složek. Tomuto rozkladu se říká *Fourierova řada* a existují matematické postupy, podle kterých se provádí. My se jimi nebudeme dále zabývat, uvedeme si pouze jako příklad rozklad napětí obdélníkového průběhu s kmitočtem 50 Hz (ω = 314 rad·s^{-1}) a amplitudou 10 V na sedm harmonických složek. Kdybychom požadovali vyšší přesnost, museli bychom počítat více harmonických.

$$u(t) = \underbrace{12{,}73\cdot\sin(\omega t)}_{\text{první harmonická}} + \underbrace{4{,}24\cdot\sin(3\cdot\omega t)}_{\text{třetí harmonická}} + \underbrace{2{,}55\cdot\sin(5\cdot\omega t)}_{\text{pátá harmonická}} + \underbrace{1{,}82\cdot\sin(7\cdot\omega t)}_{\text{sedmá harmonická}}$$

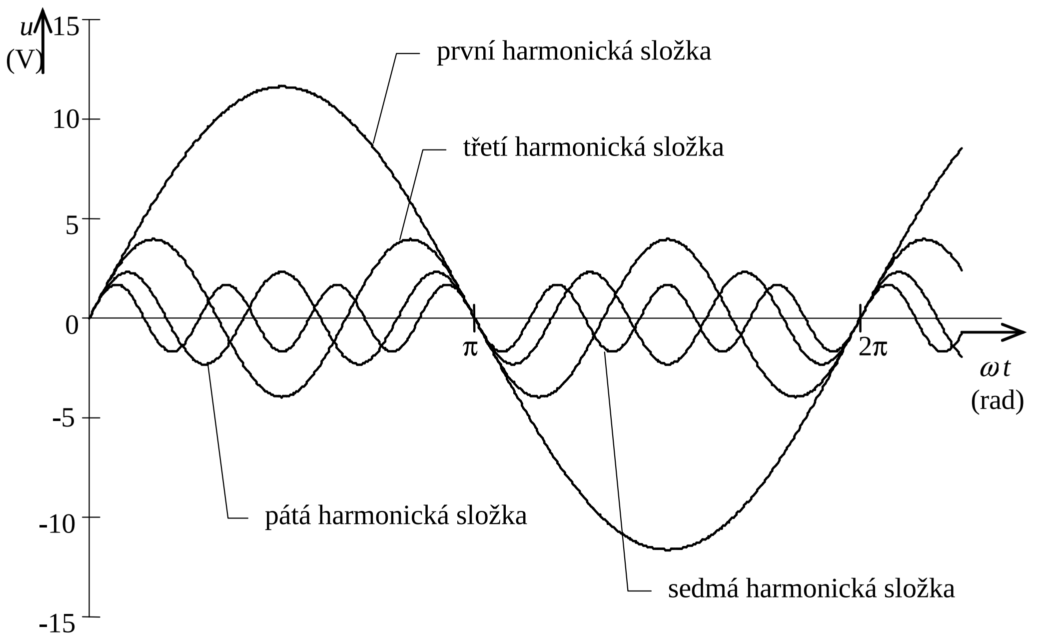
Pro toto obdélníkové napětí rozložené na 7 harmonických platí:



Náhrada průběhu sedmi harmonickými

Průběh neobsahuje druhou a čtvrtou harmonickou složku (žádné sudé), protože je symetrický podle časové osy.

Původní průběh i jeho náhradu pomocí pěti harmonických složek ukazuje obrázek 3.20.



Rozklad původního průběhu na jednotlivé harmonické složky

Obr. 3.20 Náhrada obdélníkového průběhu řadou vyšších harmonických