**Katedra elektrotechniky**
**Fakulta elektrotechniky a informatiky, VŠB - TU Ostrava**

# 3. ELEKTRICKÉ OBVODY STŘÍDAVÉHO PROUDU



**Únor 2008**

**Ing. Tomáš Mlčák, Ph.D.**
**Ing. Václav Kolář, Ph.D.**

## 3.1 Úvod

Doposud jsme se zabývali konstantními obvodovými veličinami, tedy veličinami na čase nezávislými. Ovšem kromě těchto veličin se lze velmi často v praxi setkat s veličinami, které se s časem mění. Těmto veličinám říkáme *veličiny střídavé* a obvody, kde se tyto veličiny vyskytují se označují jako *obvody střídavé*.

## 3.2 Základní pojmy z teorie střídavého proudu

Výklad základních pojmů, který v této části bude proveden pro střídavý proud se vztahuje na jakoukoliv střídavou veličinu (tedy např. na napětí).

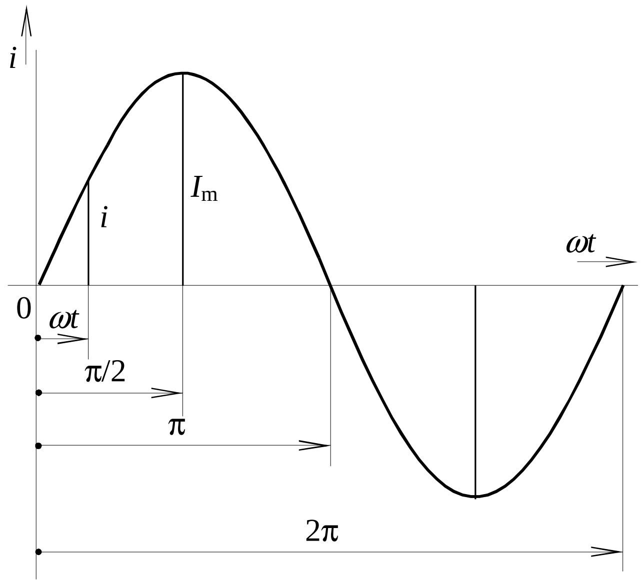
Střídavý elektrický proud se může měnit v elektrickém obvodu v pravidelných nebo i nepravidelných časových intervalech v rytmu změn polarity napájecího zdroje.

Důležité jsou zejména periodické střídavé proudy harmonického (sinusového) průběhu, kterými se budeme dále zabývat. Jejich časový průběh se opakuje v pravidelných intervalech - *periodách* (cyklech, kmitech) - obr.3.1 . Délka periody se nazývá *doba kmitu* $T$ , její závislost je dána *kmitočtem sítě* $f$ (rovnice 3.1).

$$T = \frac{1}{f} \qquad \text{(s;Hz)} \qquad (3.1)$$

Jednotkou kmitočtu je hertz (Hz), který má rozměr (s$^{-1}$). Jedna perioda proudu se také nazývá vlna střídavého proudu. Pro periodický proud platí vztah 3.2 .

$$i(t) = i(t+T) = i(t+kT) \qquad (3.2)$$




*Obr. 3.1 Střídavý proud sinusového průběhu*

Kde $i(t) = i$ je *okamžitá hodnota* střídavého proudu, značí se vždy malým písmenem. Nejvyšší okamžitá hodnota které proud dosahuje se nazývá *maximální* nebo *vrcholová hodnota, amplituda*, značí se velkým písmenem s indexem m, nebo max, např. $I_m$, $I_{max}$.

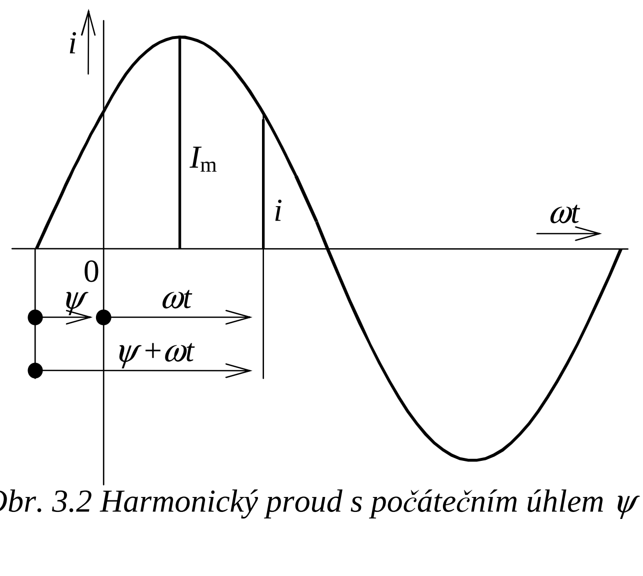
Pro okamžitou hodnotu sinusového proudu platí vztah 3.3. Veličina $\omega$ se nazývá úhlová rychlost, platí pro ni vztah 3.4. Obecně ale harmonický průběh nemusí začínat z nulové hodnoty, je to dáno volbou počátku časové osy, která může být zcela libovolná. Průběh má potom počáteční fázový úhel $\psi$, který může být jak kladný tak i záporný. Zjednodušeně řečeno, harmonický průběh je jakákoli posunutá sinusovka, a sinusové průběhy jsou podmnožinou harmonických průběhů (začínají z nuly). Pro harmonický proud s počátečním fázovým úhlem $\psi$ platí vztah 3.5 a jeho průběh je zobrazen na obr. 3.2 .

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t) \qquad (3.3)$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \qquad (3.4)$$

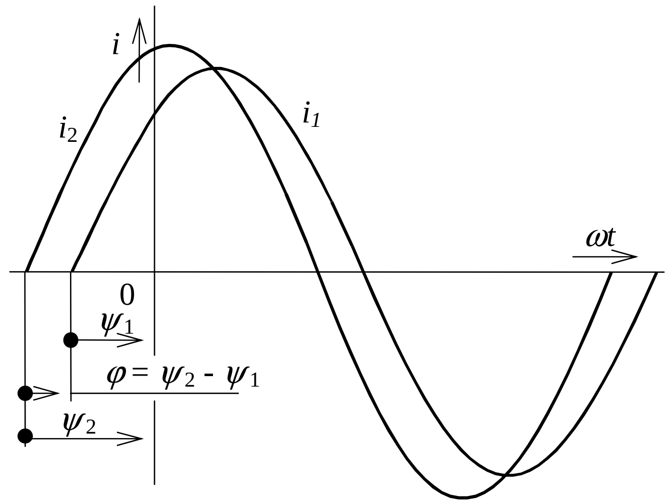
$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi) \qquad (3.5)$$

Dva harmonické průběhy téhož kmitočtu mohou být vůči sobě vzájemně posunuty o úhel $\varphi$, kterému říkáme *fázový posuv*. Přitom může jít o různé veličiny, například o proud a napětí. Pro fázový posuv platí vztah 3.6 a tato situace je znázorněna na obr.3.3 .




*Obr. 3.2 Harmonický proud s počátečním úhlem $\psi$*

$\varphi = \psi_2 - \psi_1$ (3.6)

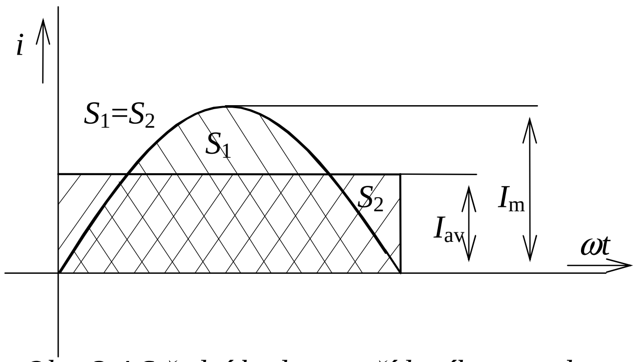



*Obr. 3.3 Dva harmonické proudy posunuté o úhel* $\varphi$

Pokud se druhý průběh před prvním předbíhá, je úhel $\varphi$ kladný, pokud se zpožďuje, je záporný. Pozor, v praxi je často velmi důležité dbát na znaménko fázového posuvu. Poněkud zvláštní význam má situace, kdy například dva proudy mají nulový fázový posuv, říkáme, že jsou *ve fázi* a jestliže mají posuv π, říkáme, že jsou *v protifázi*.

Mezi základní pojmy ve střídavých obvodech patří *střední* a *efektivní hodnota* střídavého proudu.

Střední hodnota odpovídá velikosti stejnosměrného proudu, který přenese za jednotku času stejný náboj, jako daný střídavý proud. Je to vlastně výška obdélníku o stejné ploše, jako je plocha mezi průběhem proudu a nulovou osou, jak je uvedeno na obrázku 3.4 . Pro harmonický proud ji počítáme pro jednu půlperiodu, protože obě půlperiody jsou stejné, ale s opačným znaménkem a za celou periodu by byla střední hodnota nulová. (Pro jiné průběhy kde není střední hodnota za celou periodu nulová, ji počítáme za celou periodu a udává nám vlastně stejnosměrnou složku veličiny.) Střední hodnota se obvykle značí velkým písmenem s indexem av (average), např. $I_{av}$. Pro střední hodnotu harmonického průběhu platí vztah 3.7 .




*Obr. 3.4 Střední hodnota střídavého proudu.*

$$I_{\mathrm{av}} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} i(t)\,\mathrm{d}t = \frac{2}{\pi}\cdot I_{\mathrm{m}} \tag{3.7}$$

Efektivní hodnota střídavého proudu charakterizuje výkon proudu. Značí se velkým písmenem bez indexu, např. $I$ a je to nejběžněji udávaná hodnota (např. hodnota napětí v naší síti 220 V je právě efektivní hodnota tohoto napětí), rovněž většina měřicích přístrojů měří efektivní hodnoty napětí a proudů. Efektivní hodnota je velikost stejnosměrného proudu, který by při průchodu rezistorem vykonal za jednotku času stejnou práci jako daný střídavý proud. Při odvození efektivní hodnoty se vychází z dříve uvedeného vztahu 2.10 $p=R\cdot i^2$. Položíme-li do rovnosti práci stejnosměrného proudu $I$ a střídavého proudu $i$ za jednu periodu, (za práci $W$ dosazujeme integrál z výkonu ) dostaneme vztah:

$$\int_0^T R\cdot I^2\,\mathrm{d}t = \int_0^T R\cdot i^2\,\mathrm{d}t$$

jako řešením pro efektivní hodnotu je vztah 3.8 .

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t} \tag{3.8}$$

Jestliže za $i$ dosadíme rovnici harmonického proudu vyjde nám jako výsledek vztah 3.9 .

$$I = \frac{I_{\mathrm{m}}}{\sqrt{2}} \tag{3.9}$$

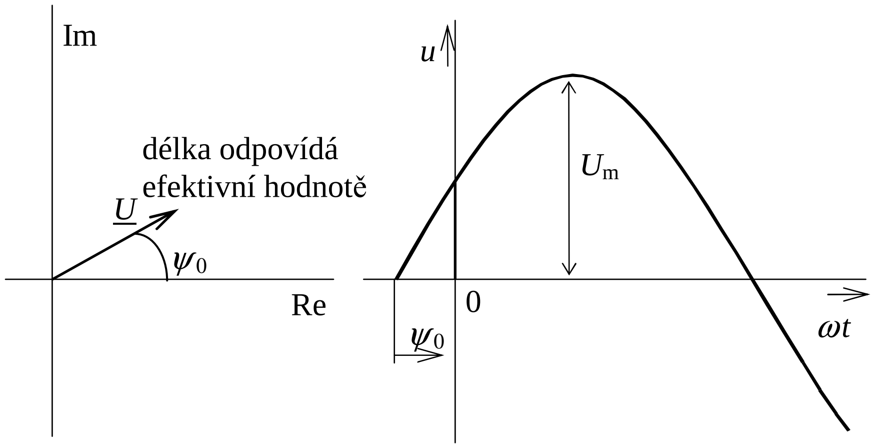
Poměr $I_{\mathrm{m}}/I$ se nazývá vrcholový činitel $k_{\mathrm{v}}$, pro harmonické průběhy má hodnotu právě $\sqrt{2}$ .

## 3.3 Symbolicko - komplexní metoda, fázory

Pro matematický popis střídavých obvodů nám někdy nestačí popisovat střídavé veličiny (proudy a napětí) pouze jejich efektivní hodnotou, která je reálné číslo, ale potřebujeme vyjádření, které v sobě zahrnuje jak velikost veličiny, tak její počáteční fázi.
Například, když řekneme, že střídavé napětí v zásuvce má efektivní hodnotu 230 V, je to dostačující informace, ale pokud bychom chtěli dvě obecná střídavá napětí sčítat, potřebujeme znát i jejich fázi.
Proto, byl zaveden popis střídavých harmonických veličin pomocí fázorů.

Fázor se vyjadřuje komplexním číslem, jehož velikost (modul nebo absolutní hodnota) je rovna efektivní hodnotě střídavé veličiny a fáze je rovna počáteční fázi střídavé veličiny $\psi_0$ v čase $t=0$.
Ve starší literatuře se někdy můžeme setkat i s fázory v maximálních, nikoli efektivních hodnotách.
Fázor můžeme vyjádřit i graficky, nakreslený v komplexní Gaussově rovině. Takový nákres se nazývá „fázorový diagram“.

Při kladném úhlu $\psi_0$ je fázor otočen v kladném směru otáčení, při záporném $\psi_0$ naopak.



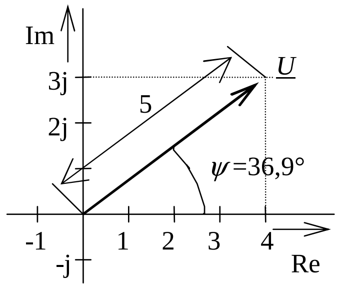

*Obr. 3.5 Grafické vyjádření fázoru napětí a souvislost s harmonickým průběhem*

<u>*Fázor je reprezentován komplexním číslem*</u> a tak s ním budeme také pracovat. To nám umožní provádět s ním poměrně snadno veškeré potřebné matematické operace.

Způsobů označení fázoru, se kterými se můžete setkat v literatuře je několik, buďto tučně **U**, $\dot{U}$ , $\hat{U}$ , my se přidržíme označení s podtržením $\underline{U}$ .

Dále existuje několik způsobů jak fázor zapsat:

– Složkový tvar, známý z matematiky $\underline{U} = x+\mathrm{j}y$, kde x je reálná složka fázoru $\mathrm{Re}\{\underline{U}\}$, $y$ je imaginární složka fázoru $\mathrm{Im}\{\underline{U}\}$ a $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$ je imaginární jednotka. (V elektrotechnice používáme pro označení imaginární jednotky j namísto v matematice obvyklého i, které by se pletlo s proudem.)
Konkrétní příklad fázoru je na obr. 3.6 a jeho zápis ve složkovém tvaru by byl $\underline{U} = (4+\mathrm{j}3)$ V . (Komplexní číslo píšeme do závorky, protože jednotka patří k oběma jeho složkám.)




*Obr. 3.8 Příklad fázoru v komplexní rovině*

– Verzorový tvar, používá převážně v elektrotechnice,
$\underline{U} = U \angle \psi$, kde $U$ je efektivní hodnota napětí a $\psi$ je počáteční fázový úhel ve stupních, případně v radiánech.
Fázor z obrázku 3.6 by se v tomto případě zapsal $\underline{U} = 5\ \mathrm{V} \angle 36{,}9°$ . (Jednotka se píše hned za absolutní hodnotu napětí, protože fázový úhel $\psi$ už nemá rozměr napětí.)

– Třetím tvarem je exponenciální (Eulerův) tvar, známý též z matematiky. $\underline{U} = U \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}$, kde e je základ přirozených logaritmů. V exponenciálním tvaru bychom měli zapisovat úhel v radiánech, nikoli ve stupních.

Dále si zopakujeme základní matematické operace s komplexními čísly, tato látka by již měla být studentům známá z matematiky, proto se o ní zmíníme co nejstručněji.

Při výpočtech budeme používat pouze složkový a verzorový tvar komplexních čísel. V principu jdou všechny potřebné matematické operace (sčítání, odčítání, násobení, dělení a vytvoření komplexně sdruženého čísla) provádět ve složkovém tvaru, ale někdy je výhodnější používat tvar verzorový. Proto si objasníme převod mezi těmito tvary.

– Ze složkového tvaru na verzorový.
$\underline{U} = x+\mathrm{j}y = U \angle \psi$ kde absolutní hodnota napětí $U$ a počáteční fázový úhel se spočítají podle vztahu 3.10 .

$$U = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\psi = \mathrm{arctg}\,\frac{y}{x} \qquad (3.10)$$

Pozor, jestliže je reálná složka fázoru $x$ záporná, je nutné k výslednému úhlu přičíst 180°, jestliže je reálná složka nulová, vztah sice nedokážeme vyčíslit, ale limitním řešením bychom dostali $\psi$ = +90° ($y$>1) nebo -90° ($y$<1).

– Z verzorového tvaru na složkový.

$\underline{U} = U\underline{\llcorner\psi} = x+\mathrm{j}y$ Složky $x$ a $y$ vypočítáme podle vztahu 3.11 .

$$x = U\cos(\psi)$$
$$y = U\sin(\psi) \qquad (3.11)$$

Nyní už k samotným matematickým operacím.

– Sčítání a odčítání. K těmto operacím používáme složkový tvar komplexního čísla, provádí se to tak, že sčítáme (odečítáme) zvlášť reálnou a zvlášť imaginární složku.
Například součet dvou napětí, které jsou:

$$\underline{U}_1 = x_1 + \mathrm{j}\,y_1\,;\ \ \underline{U}_2 = x_2 + \mathrm{j}\,y_2$$
$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 = x_1 + x_2 + \mathrm{j}(y_1 + y_2)$$

– Násobení se provádí ve verzorovém tvaru, a to tak, že absolutní hodnoty dvou fázorů se vynásobí, a jejich fázové úhly se sečtou. Vynásobení předchozích fázorů by vypadalo:

$$\underline{U}_1 = U_1\underline{\llcorner\psi_1};\ \underline{U}_2 = U_2\underline{\llcorner\psi_2}$$
$$\underline{U}_1 \cdot \underline{U}_2 = U_1 \cdot U_2\underline{\llcorner(\psi_1+\psi_2)}$$

– Dělení se provádí opět ve verzorovém tvaru, absolutní hodnoty fázorů se vydělí a fázové úhly se odečtou.

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{U_1}{U_2}\underline{\big|\psi_1 - \psi_2}$$

– Komplexně sdružené číslo k danému komplexnímu číslu, je číslo, u něhož je ve složkovém tvaru změněno znaménko u imaginární části, nebo ve verzorovém tvaru znaménko u fázového úhlu. Komplexně sdružené číslo se značí indexem *, např.

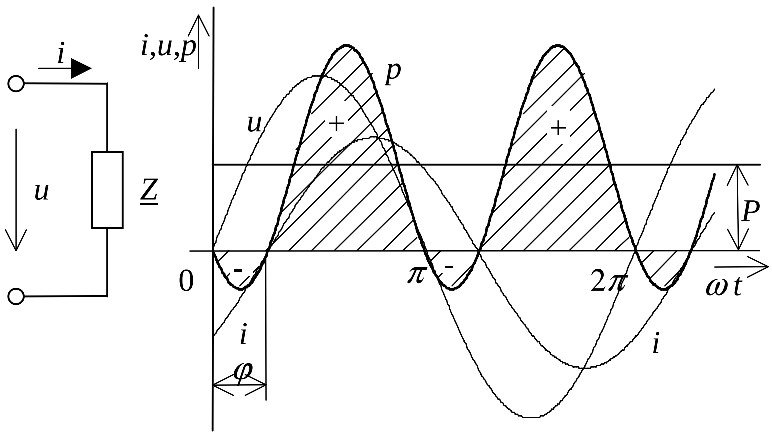
$$\underline{U}^* = x - \mathrm{j}\,y = U\underline{\llcorner-\psi}$$

Pomocí těchto operací můžeme provádět všechny výpočty při řešení střídavých obvodů analogicky jako u stejnosměrných, s tím rozdílem, že všechny veličiny budou fázory (komplexní čísla).

## 3.4 Výkon střídavého proudu

Střídavý proud mění periodicky svůj směr a velikost, podobně jako napětí. Proto se bude v čase periodicky měnit i výkon v obvodě. Pro okamžitou hodnotu výkonu platí vztah $p = u \cdot i$ .

Grafický průběh výkonu na obecné zátěži, kde napětí a proud mají vzájemný fázový posun $\varphi$ je na obrázku 3.9 .




*Obr. 3.9 Napětí, proud a výkon na obecné zátěži*

Jak je vidět, okamžitý výkon má také harmonický průběh, ale dvojnásobnou frekvenci, než napětí a proud a kmitá kolem určité střední hodnoty. To že výkon má v určitých okamžicích záporné znaménko, znamená, že v této chvíli zátěž vrací energii zpátky do zdroje. Dosadíme-li si do vztahu 2.9 za napětí a proud harmonické průběhy, dostaneme vztah 3. 12 .

$$p = \sqrt{2}U \cdot \sin(\omega t) \cdot \sqrt{2}I \cdot \sin(\omega t + \varphi) = U \cdot I \cdot \cos\varphi - U \cdot I \cdot \cos(2\omega t + \varphi) \quad (3.12)$$

Abychom mohli výkon popsat konstantní hodnotou a ne časovým průběhem, zavádíme (podobně jako jsme pro proud a napětí zavedli efektivní hodnoty) tři druhy výkonu, *činný*, *jalový*, a *zdánlivý*, které už nejsou funkcí času.

### 3.4.1 Činný výkon

Je to střední hodnota z průběhu výkonu. Tento výkon se ve spotřebiči přeměňuje na jiný druh energie, koná užitečnou práci, odtud název činný. Činný výkon se označuje písmenem $P$ a jeho jednotkou je watt (W). Vyjádříme-li si ze vztahu 3.12 střední hodnotu výkonu, dostaneme pro činný výkon vztah:

$$P=U\cdot I\cdot\cos\varphi \qquad (3.13)$$

Kde veličinu cos $\varphi$ nazýváme účiník a jde v elektrotechnice o poměrně důležitou veličinu.

### 3.4.2 Jalový výkon

Z obrázku 3.9 je vidět, že část výkonu se v určitých okamžicích vrací do zdroje, tomuto výkonu přelévajícímu se mezi zdrojem a spotřebičem říkáme jalový výkon. Označuje se $Q$, jiné možné označení podle normy je $P_q$ a jeho jednotkou je var (ze slov voltampér reaktanční, protože jalový výkon se realizuje na reaktanci). Platí pro něj vztah:

$$Q=U\cdot I\cdot\sin\varphi \qquad (3.14)$$

Tento výkon nám nekoná žádnou užitečnou práci, ale je nutný pro funkci spotřebičů (k vytvoření elektrického nebo magnetického pole).

### 3.4.3 Zdánlivý výkon

Zdánlivý výkon určitým způsobem shrnuje činný a jalový výkon. Značíme ho $S$ jiné možné označení je $P_S$ a jeho jednotkou je voltampér (V·A). Pro zdánlivý výkon platí:

$$S=U\cdot I \qquad (3.15)$$

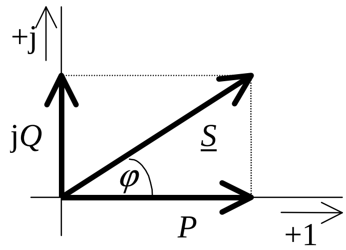
Tento výkon nám udává zatížení elektrických zdrojů, např. transformátorů.

Dále si můžeme zavést ještě jeden pojem *komplexní zdánlivý výkon*, který vypočítáme ze vztahu:

$$\underline{S}=\underline{U}\cdot\underline{I}^{*}=P+\mathrm{j}\,Q \qquad (3.16)$$

Kde $\underline{I}^{*}$ je komplexně sdružená hodnota proudu. Jednotkou komplexního zdánlivého výkonu je opět voltampér (V·A).

Jak je vidět, z komplexního zdánlivého výkonu můžeme potom rozdělením na reálnou a imaginární část získat činný a jalový výkon. Činný, jalový a zdánlivý výkon můžeme tedy znázornit pomocí fázorů, přičemž činný a jalový mají vzájemný fázový posun $\pi/2$ a zdánlivý je jejich součtem. Tuto situaci znázorňuje fázorový diagram na obr. 3.10 .



*Obr. 3. 10 Fázorový diagram výkonů*

## 3.5 Pasivní dvojpóly v obvodu střídavého proudu

V této kapitole se budeme zabývat chováním ideálních pasivních prvků (rezistoru, indoktoru a kapacitoru) v obvodech harmonického proudu. Pokud bychom chtěli uvažovat reálné prvky, museli bychom je nahradit takovouto kombinací několika ideálních prvků (viz. kapitola 3.6).

### 3.5.1 Rezistor

Mezi okamžitou hodnotou proudu a napětí na rezistoru platí vztah 2.8 $u = R\cdot i$ (Ohmův zákon pro okamžité hodnoty). To znamená, že velikost proudu je v každém okamžiku přímo úměrná velikosti napětí. Proto platí Ohmův zákon i pro efektivní hodnoty proudu a napětí a také pro fázory proudu a napětí na rezistoru.

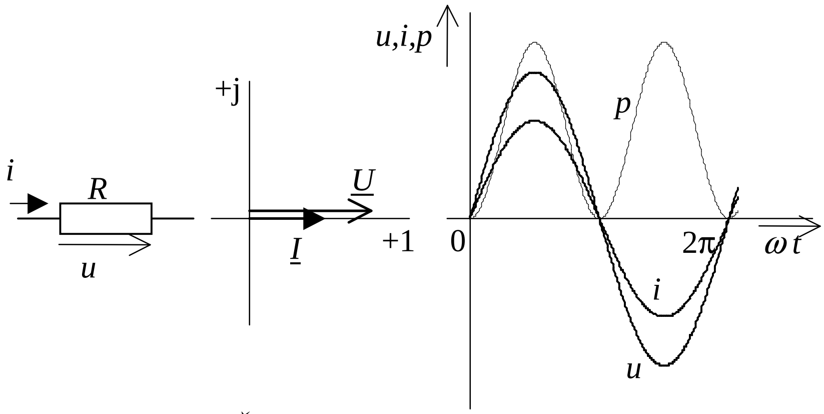
$$I=U/R \qquad (3.17)$$

$\underline{I} = \underline{U}/R$ (3.18)

Mezi napětím a proudem není žádný fázový posuv, $\varphi$=0, cos($\varphi$)=*1,* sin($\varphi$)=0, jak je také vidět na obrázku 3.11 , proto ze vztahu 3.13 plyne, že činný výkon na rezistoru je:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \quad (3.19)$$

Kde $U$ a $I$ jsou efektivní hodnoty. Ze vztahu 3.14 je jasné, že se na rezistoru nerealizuje žádný jalový výkon.



*Obr. 3. 11 Časový průběh napětí, proudu a výkonu na rezistoru a fázorový diagram*

### 3.5.2 Induktor (ideální cívka)

Pro okamžité hodnoty napětí a proudu na ideální cívce platí vztah 2.12 , když za proud dosadíme vztah pro harmonický proud 3.5 , vyjde nám pro napětí vztah 3.20:

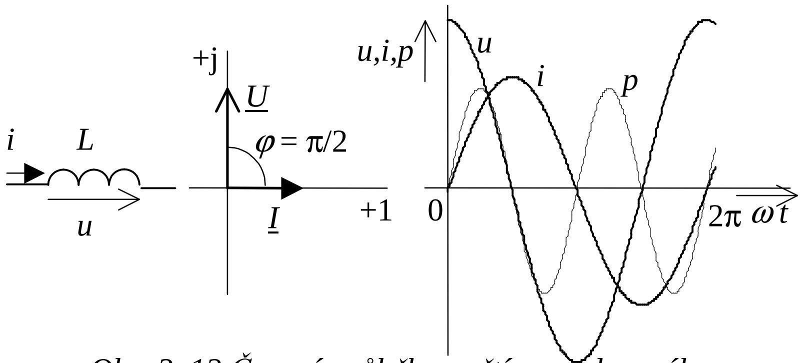
$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}\,I_\mathrm{m}\cdot\sin(\omega t+\psi)}{\mathrm{d}t} = L\cdot I_\mathrm{m}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t+\psi) = I_\mathrm{m}\cdot X_\mathrm{L}\cdot\sin(\omega t+\psi+\pi/2) \qquad (3.20)$$

Kde $X_l$ je takzvaná induktivní reaktance, její jednotkou je Ohm (Ω) a je to konstanta úměrnosti mezi velikostí napětí a proudu na cívce. Převrácená hodnota reaktance se nazývá (induktivní) susceptance $B_L=1/X_L$ .

$X_L=\omega \cdot L$ (3.21)

Ze vztahu 3.20 je vidět, že napětí se předbíhá před proudem o π/2 (90°), $\varphi = \pi/2$. Napíšeme-li Ohmův zákon pro ideální cívku v komplexním tvaru, vyjde nám:

$$\underline{U} = \mathrm{j}X_\mathrm{L}\cdot\underline{I}$$
$$\underline{I} = -\mathrm{j}\frac{\underline{U}}{X_\mathrm{L}} \qquad (3.22)$$



*Obr. 3. 12 Časový průběh napětí, proudu a výkonu na induktoru a fázorový diagram*

Obdobně platí Ohmův zákon i pro absolutní hodnoty proudu a napětí:

$U=X_L \cdot I$ (3.23)

Z tohoto vztahu lze samozřejmě vyjádřit i proud a induktivní reaktanci.

Protože mezi napětím a proudem na induktoru je fázový posun $\varphi = \pi/2$, realizuje se na induktoru pouze jalový výkon. Jalovému výkonu na induktoru přisuzujeme kladné znaménko (u kapacitoru to bude naopak. Průběhy napětí a proudu na induktoru a jejich fázorový diagram jsou na obr. 3.12 .

Stručně řečeno, induktor se chová vůči proudu jako setrvačný člen, (akumuluje energii v podobě proudu), proto se průběh proudu opožďuje za průběhem napětí.

### 3.5.3 Kapacitor (ideální kondenzátor)

Mezi napětím a proudem na ideálním kondenzátoru platí vztah 2.15 , když si z tohoto vztahu vyjádříme $\underline{U}$ a dosadíme harmonický průběh proudu, vyjde nám pro napětí řešení:

$$u = \frac{1}{C}\cdot\int i\,\mathrm{d}t = \frac{1}{C}\cdot\int I_\mathrm{m}\cdot\sin(\omega t+\psi)\mathrm{d}t = \frac{I_\mathrm{m}}{\omega\cdot\mathrm{C}}\cdot-\cos(\omega t+\psi) = \frac{I_\mathrm{m}}{B_\mathrm{C}}\cdot\sin(\omega t+\psi-\pi/2) \qquad (3.24)$$

Kde $B_C$ je kapacitní susceptance, jednotkou je siemens, ale častěji se používá převrácená hodnota susceptance - kapacitní reaktance $X_C$, jednotkou je ohm (Ω).

$$X_{\mathrm{C}} = \frac{1}{B_{\mathrm{C}}} = \frac{1}{\omega \cdot C} \qquad (3.25)$$

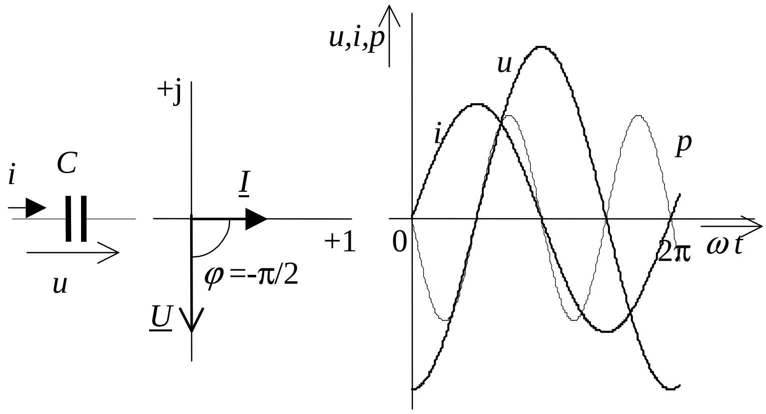
Mezi napětím a proudem je opět fázový posuv π/2, ale v opačném směru než u induktoru, napětí se zpožďuje za proudem, $\varphi = -\pi/2$ . Časový průběh a fázorový diagram napětí a proudu na kondenzátoru nám ukazuje obrázek 3.13 .

Podobně jako u cívky můžeme i pro kondenzátor napsat Ohmův zákon jak v komplexním tvaru pro fázory, tak i pro absolutní hodnoty proudu a napětí:

$$\underline{U} = -\mathrm{j}X_{\mathrm{C}} \cdot \underline{I} \qquad (3.26)$$

$$U = X_{\mathrm{C}} \cdot I$$

Analogicky s cívkou se také na kondenzátoru realizuje pouze jalový výkon, kterému ovšem přisuzujeme tentokrát záporné znaménko. To znamená, že jalový výkony kondenzátoru a cívky se mohou vzájemně odečítat. Toho se ve skutečnosti také využívá (kompenzace účiníku).



*Obr. 3. 13 Časový průběh napětí, proudu a výkonu na kapacitoru a fázorový diagram*

## 3.6 Sériové a paralelní řazení pasivních prvků

V předchozí kapitole jsme si odvodili, jaké jsou vztahy mezi napětím a proudem na ideálních prvcích. V praxi se ale v elektrických obvodech setkáváme s různými sériovými a paralelními kombinacemi těchto prvků a s reálnými prvky. Tyto reálné prvky také nahrazujeme sériovou či paralelní kombinací několika ideálních prvků.

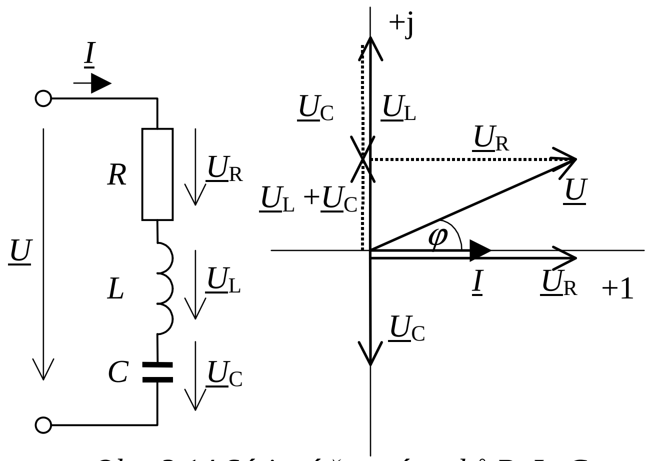
Abychom mohli vyřešit poměr mezi napětím a proudem u libovolného obvodu, zavedeme si pojem *impedance* a *admitance*. Impedance je poměr mezi napětím a proudem, je to určitá analogie odporu, zahrnuje v sobě jak odpory $R$, tak i reaktance $X$. Protože napětí i proud máme vyjádřený jako komplexní číslo, musí být i impedance komplexním číslem, značíme ji stejně jako fázory. Označení impedance je $\underline{Z}$, jednotkou je ohm (Ω). Někdy používáme pouze absolutní hodnotu impedance, která se značí prostě $Z$.

Převrácenou hodnotou impedance je admitance, je to opět určitá analogie vodivosti, označuje se $\underline{Y}$ a její jednotkou je siemens. Absolutní hodnota admitance se značí $Y$.

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \qquad (3.27)$$

### 3.6.1 Sériové řazení prvků

Při sériovém řazení prvků prochází všemi prvky stejný proud, a celkové napětí je rovno součtu napětí na jednotlivých prvcích. Na obrázku 3.14 máme sériové řazení rezistoru, kapacitoru a indukčnosti. Fázorový diagram nám znázorňuje napětí a proudy v obvodě a pomocí grafického součtu řeší výsledné napětí v obvodě.



*Obr. 3.14 Sériové řazení prvků R, L, C a jejich fázorový diagram*

Napětí na jednotlivých prvcích budou:

$\underline{U}_{\mathrm{R}} = R \cdot \underline{I}$ ; $\underline{U}_{\mathrm{L}} = \mathrm{j}X_{\mathrm{L}} \cdot \underline{I}$ ; $\underline{U}_{\mathrm{C}} = -\mathrm{j}X_{\mathrm{C}} \cdot \underline{I}$

Výsledné napětí potom bude:

$$\underline{U} = R \cdot \underline{I} + \mathrm{j}X_{\mathrm{L}} \cdot \underline{I} - \mathrm{j}X_{\mathrm{C}} \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \left(R + \mathrm{j}(X_{\mathrm{L}} - X_{\mathrm{C}})\right)$$

Jestliže je impedance poměr napětí ku proudu, tak pro impedanci sériového řazení $R$, $L$, $C$ potom platí:

$$\underline{Z} = R + \mathrm{j}(X_L - X_C) \qquad (3.28)$$

Kdyby v zapojení některý z prvků chyběl, tak by se ve vztahu pro impedanci příslušný člen neobjevil. Kdyby byl v zapojení některý prvek vícekrát, ke každému prvku by příslušel jeden člen ve vztahu pro impedanci.

### 3.6.2 Paralelní řazení prvků

Při paralelním spojení několika prvků je na všech stejné napětí, a výsledný proud je dán součtem dílčích proudů. V tomto případě bude výhodnější, vypočítáme li výslednou admitanci obvodu, a impedanci pak získáme jako její převrácenou hodnotu.

Na obrázku 3.15 máme paralelní kombinaci *R, L, C* a příslušný fázorový diagram.

Jednotlivé dílčí proudy budou:

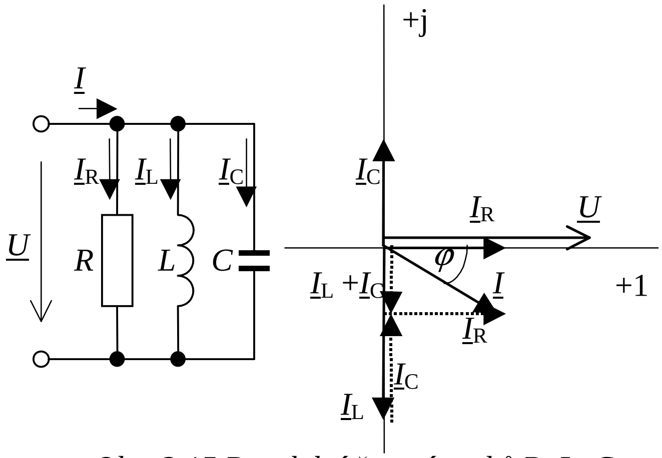
$$\underline{I}_R = \frac{\underline{U}}{R};\ \underline{I}_L = \frac{\underline{U}}{\mathrm{j}X_L};\ \underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{-\mathrm{j}X_C}$$

Pro celkový proud tedy platí:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} + \frac{\underline{U}}{\mathrm{j}X_L} + \frac{\underline{U}}{-\mathrm{j}X_C} = \underline{U} \cdot \left( \frac{1}{R} + \mathrm{j}\left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \right)$$

Z tohoto výrazu si můžeme vyjádřit admitanci paralelního obvodu jako:

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \mathrm{j}\left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) = G + \mathrm{j}\left(B_C - B_L\right) \quad (3.\ 29)$$




*Obr. 3.15 Paralelní řazení prvků R, L, C a jejich fázorový diagram*

Kde *G* je vodivost rezistoru a $B_C$ a $B_L$ jsou susceptance induktoru a kapacitoru.

### 3.6.3 Sériově paralelní řazení prvků

Máme-li v obvodě složitější sério - paralelní řazení prvků, postupujeme metodou postupného zjednodušování, analogicky jako u stejnosměrných obvodů (kapitola 2.3.1), s tím rozdílem, že všechny veličiny jsou fázory (komplexní čísla). Platí i vztahy pro transfiguraci hvězda - trojúhelník (2.25 a 2.26), ovšem místo odporů musíme uvažovat impedance a opět počítat v komplexním oboru.

Jestliže máme v obvodě více zdrojů, můžeme použít metodu Kirchoffových rovnic (kapitola 2.3.2), nebo metodu smyčkových proudů (kapitola 2.3.3). Pro řešení těmito metodami musí mít všechny zdroje v obvodě stejnou frekvenci.

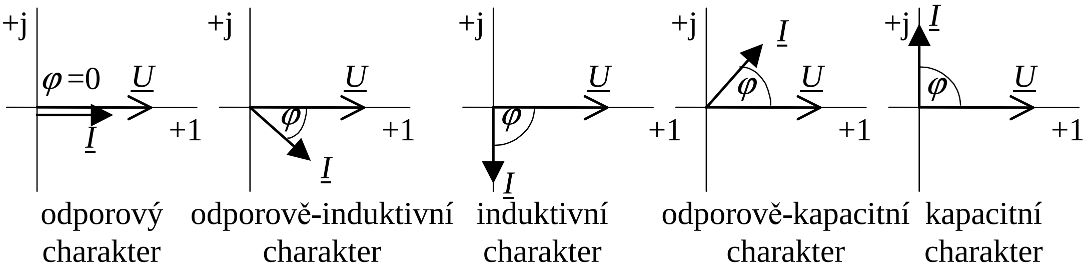
Při řešení složitějších obvodů máme často za úkol slovně popsat *výsledný charakter obvodu* (zátěže) vůči zdroji. Tento charakter vychází z fázového posunu mezi celkovým proudem a napětím. Přičemž jak jsme dříve uvedli, úhel se počítá od napětí k proudu. Charakter obvodu také určuje znaménko jalového výkonu dodávaného do obvodu. Spokojíme-li se s hrubším odhadem, postačí nám tři typy charakterů odporový ($\varphi$=0), induktivní ($\varphi$>0) a kapacitní ($\varphi$<0).

Chceme-li být ale zcela přesní, musíme rozeznávat 5 druhů charakterů zátěže:

– Odporový - jestliže $\varphi$=0, $Q$=0. Tento stav může nastat ve dvou případech, buďto když máme v obvodě pouze odpory, nebo když dojde ke vzájemnému vyrušení kapacitních a induktivních reaktancí. Tento stav nazýváme rezonance a je obsahem další kapitoly.
– Odporově induktivní - jestliže 0<$\varphi$<π/2, $Q$>0. Obvod se nám chová jako spojení rezistoru a induktoru (např. reálná cívka).
– Induktivní - $\varphi$ = π/2, $Q$>0. Tento stav nastane, máme-li v obvodě ideální induktor, eventuelně s ideálním kapacitorem, přičemž ovšem induktivní složka převažuje.
– Odporově kapacitní - jestliže -π/2<$\varphi$<0, $Q$<0. Obvod se navenek chová jako spojení rezistoru a kapacitoru (např. reálný kondenzátor).
– Kapacitní charakter - jestliže $\varphi$ = -π/2, $Q$<0. Tento případ nastane, máme-li v obvodě ideální kapacitor.

Může tam být spolu s ním i ideální induktor, ale kapacitní složka musí převažovat.

Fázorové diagramy jednotlivých případů znázorňuje obrázek 3.16 .

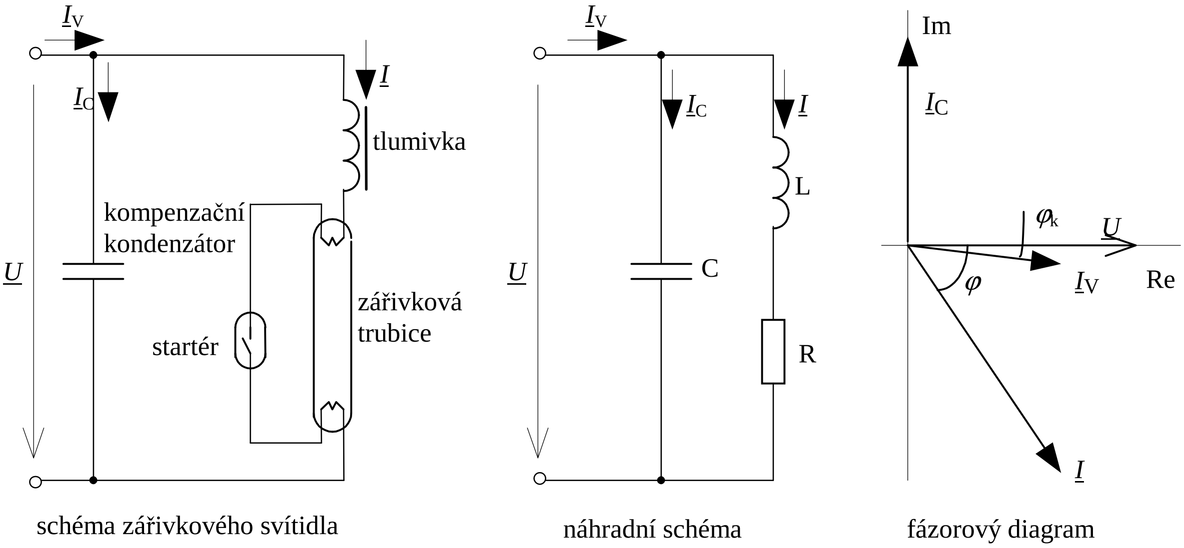



*Obr. 3.16 fázorové diagramy jednotlivých druhů zátěže*

## 3.7. Kompenzace účiníku

Mnoho běžně používaných spotřebičů má induktivně odporový charakter, například asynchronní motory, transformátory, svářečky, zářivková svítidla ap. Tyto spotřebiče potřebují ke své činnosti jalový výkon induktivního charakteru. Ten ale nekoná žádnou práci. Jalový výkon se pouze přelévá po vedení mezi zdrojem a spotřebičem a způsobuje ztráty. Princip kompenzace spočívá v tom, že potřebný induktivní jalový výkon vyrobíme v kondenzátorech přímo u spotřebiče a po vedení přivádíme buď pouze činný výkon, nebo velikost jalového výkonu podstatně zmenšíme. To bude mít za následek zmenšení proudu protékajícího přívodním vedením a tím pádem menší ztráty, nebo při stejných ztrátách můžeme použít vedení s menším průřezem. V energetických sítích bývá obvyklé, že se kompenzuje tak, aby cos $\varphi$ byl 0,95 induktivního charakteru.

Kompenzaci provádíme nejčastěji jako trojfázovou, protože rozvod většina spotřebičů v průmyslu bývají trojfázové. Kompenzace může buďto regulovaná nebo neregulovaná. Regulace se provádí buďto nespojitě, tak že místo jednoho kondenzátoru je v každé fázi paralelní baterie kondenzátorů a automatický regulátor provádí jejich připojování nebo odpojování podle potřeby jalového výkonu v síti. Nebo může být regulace spojitá pomocí výkonových polovodičových prvků. Tento způsob je složitější.




*Obr. 3.22. schéma a fázorový diagram zářivkového svítidla s filtračním kondenzátorem.*

Podle umístění můžeme mít kompenzaci

– Individuální - každý spotřebič má své vlastní kompenzační kondenzátory. Výhodou je to, že tato kompenzace většinou nemusí být regulovaná. Nevýhodou je že ke každému spotřebiči potřebujeme kompenzační kondenzátory. Tato kompenzace se používá například v klasických zářivkách, kde v každém svítidle bývá kompenzační kondenzátor.

– Skupinová - kompenzuje se najednou několik spotřebičů připojených na jeden rozvaděč, např. spotřebiče v jedné dílně. Zde ušetříme počet kompenzačních kondenzátorů, ale nevýhodou je, že kompenzace musí být regulovaná, protože spotřebiče nepracují vždy současně a velikost odebíraného jalového výkonu se mění.

– Centrální - kompenzace se provádí centrálně v rozvodně pro celý závod, výhody a nevýhody jsou obdobné jako u skupinové kompenzace.

Jak se vypočítá velikost potřebné kondenzátorové baterie si uvedeme na následujícím příkladě zářivkového svítidla. Schéma, náhradní schéma a fázorový diagram je na obr. 3.22.

V tomto případě se činný výkon odebíraný ze spotřebičem před a po kompenzaci nemění, pro jalový výkon kompenzačního kondenzátoru lze odvodit vztah:

$$Q_C = P \cdot (\mathrm{tg}\ \varphi - \mathrm{tg}\ \varphi_k) \qquad (3.35)$$

Kde: $P$ je činný výkon odebíraný spotřebičem,
$Q_C$ je jalový výkon kondenzátorové baterie
$\varphi$ a $\varphi_k$ jsou fázové posuvy před a po kompenzaci, ($\varphi$ nebo $\cos(\varphi)$ většinou udává výrobce zařízení)

Známe-li potřebný jalový výkon, příslušnou kapacitu kondenzátoru vypočítáme jako

$$C = \frac{Q_C}{\omega \cdot U^2} \qquad (3.36)$$

Kde: $\omega$ je úhlová rychlost napájecí sítě
$U$ je napětí na které je kondenzátor připojen.

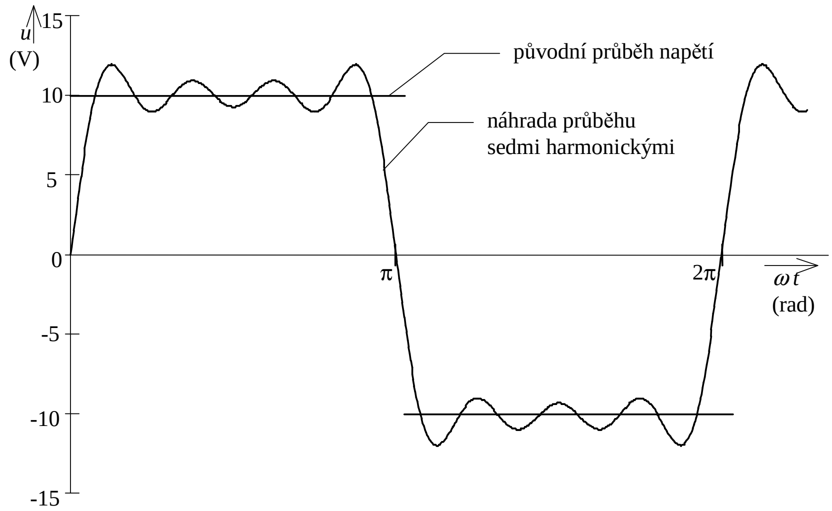
V případě že by se jednalo o trojfázovou kompenzaci, byla by kapacita jednoho kondenzátoru třetinová.

## 3.8 Neharmonické průběhy

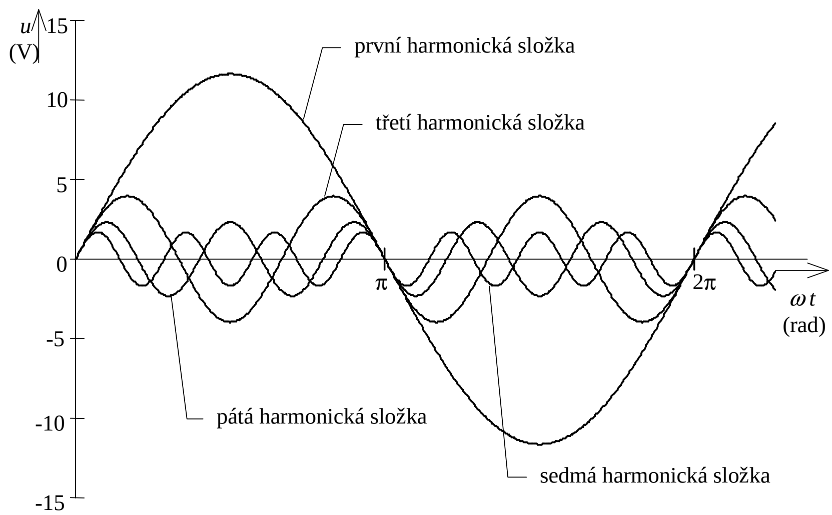
Zatím jsme se zabývali pouze obvody s harmonickými průběhy proudů a napětí. V praxi se ale vyskytují i proudy a napětí s průběhy neharmonickými, zvláště v obvodech kde se používají polovodičové měniče, které s rozvojem výkonové elektroniky nacházejí uplatnění stále častěji. Řešení takovýchto obvodů je podstatně složitější, proto si pouze nastíníme jeho princip. Vycházíme z toho, že každý *periodický* průběh s úhlovou rychlostí $\omega$ lze rozložit na řadu harmonických průběhů, které nazýváme vyšší harmonické složky. Jejich úhlové rychlosti jsou násobkem základní úhlové rychlosti $\omega$. Napětí a proud potom řešíme jako součet těchto harmonických složek. Tomuto rozkladu se říká *Fourierova řada* a existují matematické postupy, podle kterých se provádí. My se jimi nebudeme dále zabývat, uvedeme si pouze jako příklad rozklad napětí obdélníkového průběhu s frekvencí 50 Hz ($\omega$ = 314 rad·s$^{-1}$) a amplitudou 10 V na sedm harmonických složek. Kdybychom požadovali vyšší přesnost, museli bychom počítat více harmonických.

Pro toto obdélníkové napětí rozložené na 7 harmonických platí:

Původní průběh i jeho náhradu pomocí pěti harmonických složek ukazuje obrázek 3.20.




*Náhrada průběhu sedmi harmonickými*




*Rozklad původního průběhu na jednotlivé harmonické složky*

*Obr. 3.20 Náhrada obdélníkového průběhu řadou vyšších harmonických*