1. FYZIKÁLNÍ ZÁKLADY ŠÍŘENÍ TEPLA

1.1 Veličiny, symboly, jednotky

Teplota, teplotní rozdíl

ϑ ..... teplota °C ..... stupeň Celsia
Θ ..... termodynamická teplota K ..... kelvin
$\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$ ..... teplotní rozdíl °C, K
$\Delta\Theta = \Theta_2 - \Theta_1$ ..... teplotní rozdíl °C, K

Teplota i teplotní rozdíl jsou skalární veličiny. Teplotní pole je pole skalární. Vztahy mezi teplotami :

$$°C + 273.15 = K$$

Teplo

Q ..... teplo J ..... joule

Teplo je forma energie. Vztahy mezi jednotkami jsou uvedeny v tabulce 1.1.

Jednotka	**J**	**Wh**	**cal**	**Kpm**	**erg**
J	1	$2.778 \cdot 10^{-4}$	0.239	0.102	10^{7}
Wh	3600	1	860	367.1	$3.6 \cdot 10^{10}$
Cal	4.186	$1.163 \cdot 10^{-3}$	1	0.427	$4.186 \cdot 10^{7}$
Kpm	9.807	$2.724 \cdot 10^{-3}$	2.343	1	$9.807 \cdot 10^{7}$
Erg	10^{-7}	$2.778 \cdot 10^{-11}$	$2.389 \cdot 10^{-8}$	$1.020 \cdot 10^{-8}$	1

Tab.1.1 Vztahy mezi jednotkami

Tepelná kapacita (akumulované teplo)

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta \qquad (J ; kg , J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1} , K)$$

m ..... hmotnost tělesa
c ..... měrná tepelná kapacita (měrné teplo)
$\Delta\vartheta$ ..... teplotní rozdíl

Měrná tepelná kapacita

c ..... měrná tepelná kapacita ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)

Převodní vztahy mezi jednotkami jsou uvedeny v tabulce 1.2.

jednotka	**J×kg^{-1} ×K^{-1}**	**kJ×kg^{-1} ×K^{-1}**	**cal×kg^{-1} ×K^{-1}**	**kcal×kg^{-1} ×K^{-1}**
J×kg^{-1} ×K^{-1}	1	10^{-3}	0.2389	$0.2389 \cdot 10^{-3}$
kJ×kg^{-1} ×K^{-1}	10^{3}	1	238.9	0.2389
cal×kg^{-1} ×K^{-1}	4.186	$4.186 \cdot 10^{-3}$	1	10^{-3}
kcal×kg^{-1} ×K^{-1}	4186	4.186	10^{3}	1

Tab. 1.2 Převody mezi jednotkami

Tepelný výkon

Tepelný výkon je teplo za jednotku času. Je to skalár.

P ..... tepelný výkon W ..... watt

Hustota tepelného toku

Hustota tepelného toku je tepelný výkon na jednotkovou plochu. Je to vektor - má směr daný normálou na uvažovaný plošný element dA.

q ..... hustota tepelného toku ($W \cdot m^{-2}$)

$$q = dP / dA$$

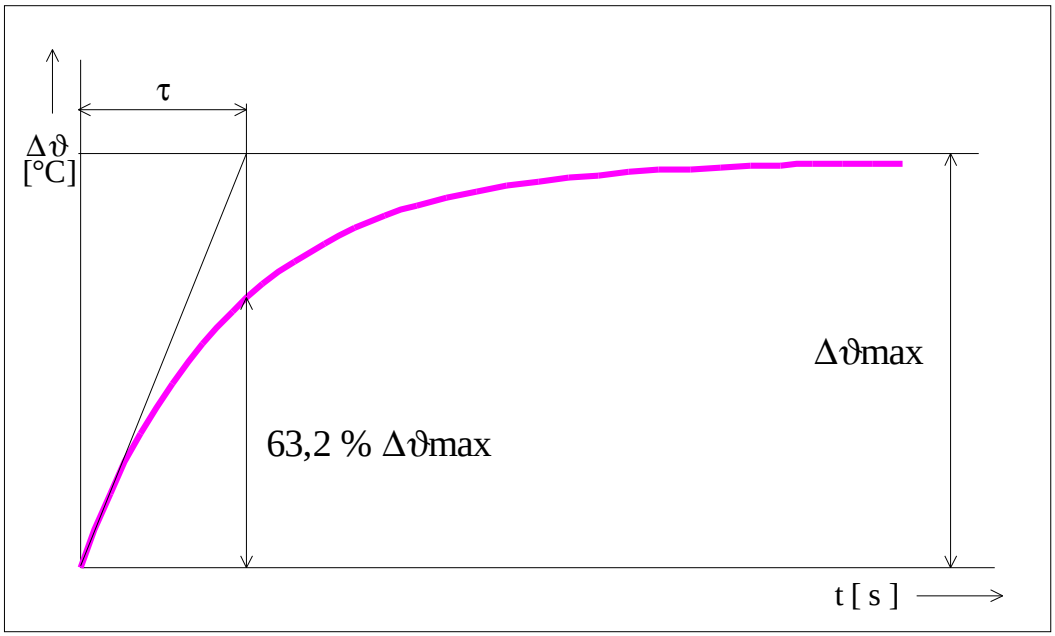
1.2 Oteplovací a ochlazovací děj

Závislost teploty na čase ohřevu vyjadřuje oteplovací křivka (obr. 1.1):

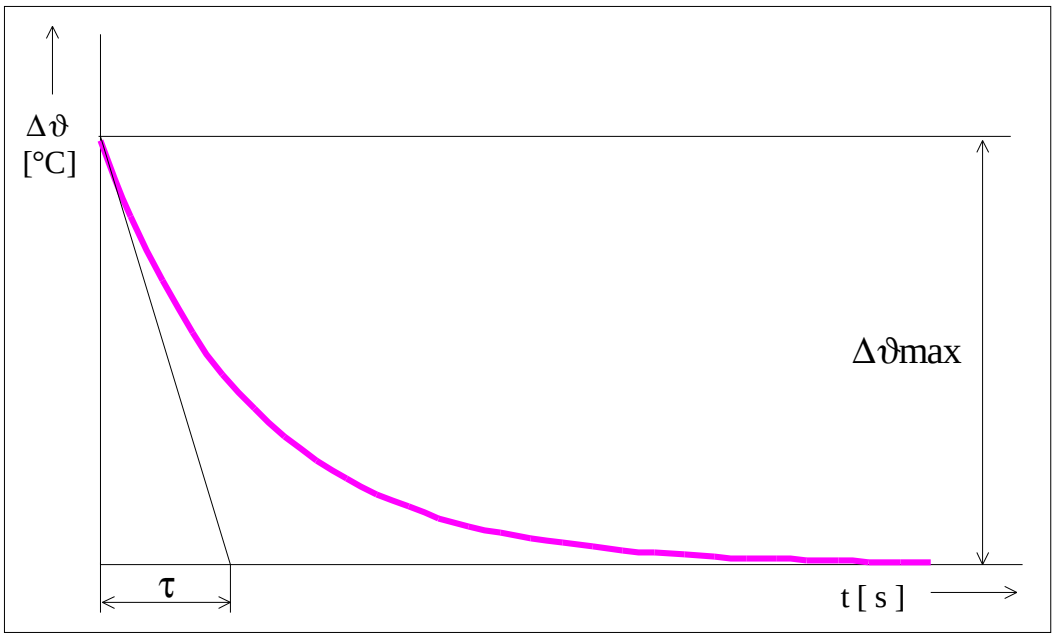
$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{max} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \qquad (1.1)$$

Závislost teploty na čase ochlazování vyjadřuje ochlazovací křivka (obr. 1.2) :

$$\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (1.2)$$



Obr. 1.1 Závislost teploty na čase – oteplovací křivka



Obr. 1.2 Závislost teploty na čase - ochlazovací křivka

1.3 Přenos tepla vedením

Uvnitř pevných těles nebo v jejich těsném dotyku dochází k přenosu tepla vedením. Teplo, podobně jako magnetická nebo elektrická energie, vytváří kolem sebe tzv. tepelné pole. Tepelné pole je množina okamžitých teplot všech bodů zkoumané části prostoru a je polem skalárním:

$$\upsilon = f(x,y,z,\tau) \qquad (1.3)$$

Platí-li:

$$\frac{\partial J}{\partial t} = 0 \qquad (1.4)$$

pak se jedná o pole stacionární:

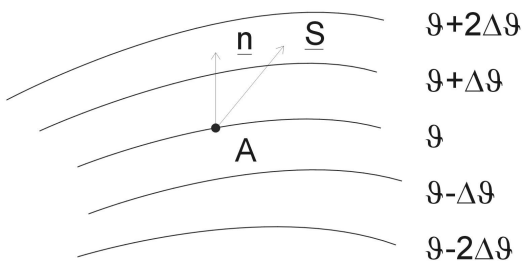
$$\upsilon = f(x,y,z) \qquad (1.5)$$

Při výpočtu tepelných ztrát a tepelné pohody prostředí se předpokládá ustálený stav, tj. řeší se případ stacionárního tepelného pole. Skutečné kolísání teplot v čase se zohlední v přídavných koeficientech uplatňovaných v užívaných vztazích.
Spojnice míst se stejnou hladinou tepelné energie se nazývají izotermy (Obr. 1.3), resp. izotermické plochy a jsou to rovněž místa se stejnou teplotou. Největší změny teploty nastávají ve směru normály k izotermické ploše. Limitní hodnotou teplotního spádu je gradient teploty:

$$-grad(\upsilon \boldsymbol{r} = \lim_{n \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta \boldsymbol{n}} \bar{n}_0 \qquad (1.6)$$

Je to vektor kolmý k izotermické ploše. Množina teplotních gradientů tvoří vektorové pole. Existence pole (je-li nenulové) znamená, že v prostoru dochází k šíření tepla. Teplo se tedy nešíří, když platí:

$$\upsilon = konst. \Leftrightarrow grad(\upsilon) = 0 \qquad (1.7)$$



Obr. 1.3 Izotermy

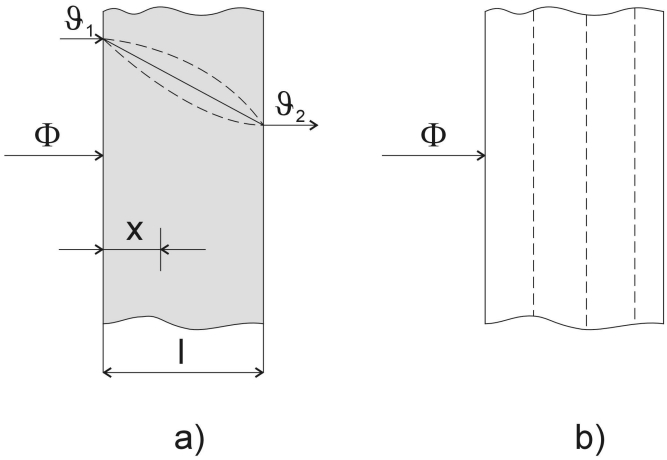
Ve většině technických aplikací je možné problematiku vedení tepla zjednodušit. Nejčastěji řešenými případy pak jsou :

- prostup tepla rovinnou stěnou
- prostup tepla válcovou stěnou

1.3.1 Vedení tepla rovinnou stěnou

Tepelný tok procházející homogenní rovinnou stěnou při stálém rozdílu povrchových teplot (Obr. 1.4) :

$$\Phi = \frac{\lambda}{s} \cdot S \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_2) \qquad [W] \qquad (1.8)$$



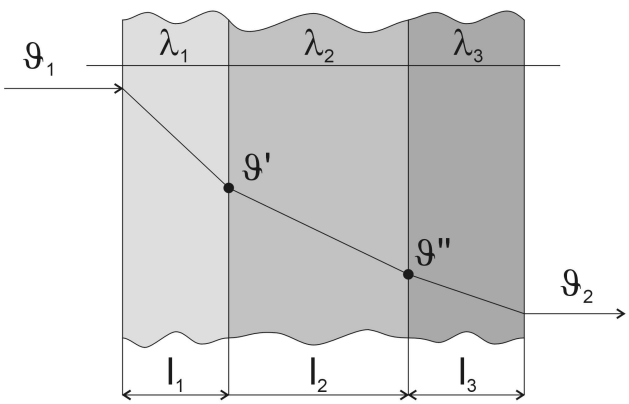
Obr. 1.4 Vedení tepla rovinnou stěnou

Teplota υ se zmenšuje lineárně se vzdáleností *x* z hodnoty υ_1 na levém rozhraní na teplotu υ_2 na pravém rozhraní.

$$J = \frac{J_2 - J_1}{l} \cdot x + J_1 = J_1 - \frac{J_1 - J_2}{l} \cdot x \qquad (1.9)$$

Je-li stěna složena z několika různě silných vrstev materiálů s rozdílnou tepelnou vodivostí (Obr. 1.5), pak tepelný tok touto konstrukcí :

$$\Phi = \frac{l}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \ldots + \frac{s_n}{\lambda_n}} \cdot S \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_2) \qquad [W] \qquad (1.10)$$



Obr. 1.5 Vedení tepla složenou rovinnou stěnou

1.3.2 Vedení tepla válcovou stěnou

Při vedení tepla z vnitřního povrchu tlustostěnné válcové trubky k vnějšímu povrchu se při vzrůstajícím průměru zvětšuje také plocha, kterou teplo prochází. Průběh teplot v závislosti na poloměru má proto tvar logaritmické křivky. Platí vztah :

$$d\Phi = \frac{\lambda}{dr} \cdot \pi \cdot 2 \cdot r \cdot l \cdot dt \qquad (1.11)$$

Integrací od r_1 do r_2 obdržíme vztah :

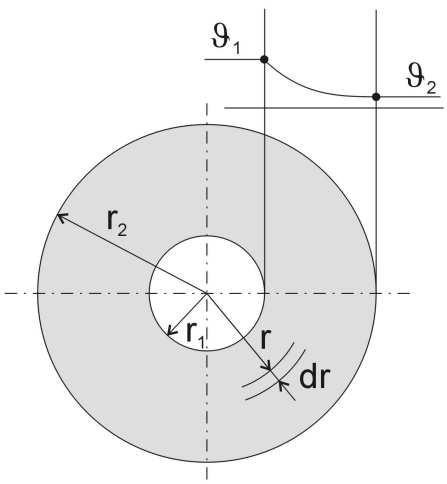
$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot l \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_2) \quad \text{[W]} \qquad (1.12)$$

Pro složenou válcovou stěnu pak obdobně platí vztah :

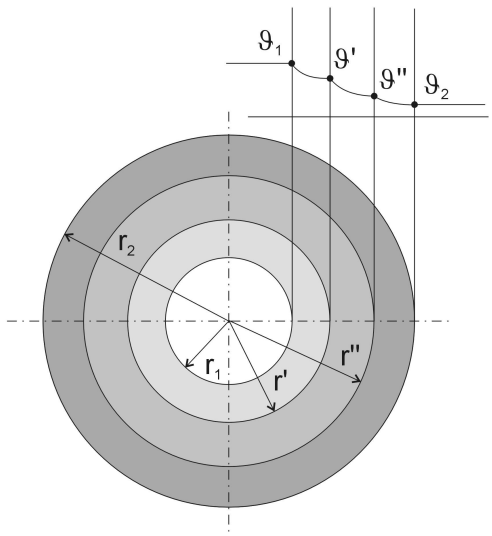
$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi}{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \frac{r_3}{r_2} + \ldots + \frac{1}{\lambda_n} \cdot \ln \frac{r_{n+1}}{r_n}} \cdot l \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_2) \quad \text{[W]} \qquad (1.13)$$

Teploty na rozhraní vrstev pak vypočteme podle vztahů :

$$J' = J_1 - \frac{\Phi}{p \cdot l} \cdot \frac{1}{2 l_1} \cdot \ln \frac{d'}{d_1}$$
$$J'' = J_2 - \frac{\Phi}{p \cdot l} \cdot \frac{1}{2 l_3} \cdot \ln \frac{d_2}{d''} \qquad (1.14)$$



Obr. 1.6 Vedení tepla válcovou stěnou



Obr. 1.7 Vedení tepla složenou válcovou stěnou

1.4 Přenos tepla prouděním

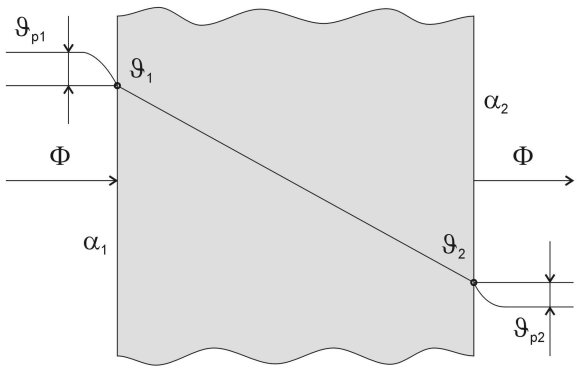
Zavedeme si součinitel přestupu tepla α_p s jednotkou $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$, který určuje, jak velký tepelný tok (výkon) protéká jednotkovou plochou při teplotním rozdílu 1 °C. Přestup tepla tímto způsobem se uplatňuje při přestupu z nějaké pevné plochy do okolního prostředí nebo naopak (obvykle v kombinaci se sáláním).

Šíření tepla prouděním patří k nejobtížnějším výpočtovým problémům v tepelné technice. Zabývá se jím mnoho odborné literatury. V důležitých případech je nejlépe, určíme-li si součinitel přestupu tepla α_p sami měřením na modelu co nejvíce odpovídajícím našemu případu při použití uvedených vztahů v nichž se α_p vyskytuje.

Při přestupu tepla prouděním (Obr. 1.8) platí Newtonův zákon :

$$\Phi = a_1 \cdot (J_{p1} - J_1) \cdot S \quad [W;\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1},\ K,\ m^2] \qquad (1.15)$$

$$\Phi = a_2 \cdot (J_2 - J_{p2}) \cdot S \quad [W;\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1},\ K,\ m^2] \qquad (1.16)$$



Obr. 1.8 Přenos tepla prouděním

V kapalném a plynném prostředí dochází k sdílení tepla prouděním kapaliny nebo plynu. Pohyb může být způsoben jak vnějšími vlivy (nucené proudění), tak i závislostí měrné hmotnosti na teplotě, tedy gravitací.

Součinitel přestupu tepla prouděním α_p, je závislý na tlaku, teplotě a rychlosti proudění tekutiny, na druhu proudění (laminární nebo turbulentní), a na fyzikálních vlastnostech kapaliny (hustota, měrná tepelná kapacita, měrná tepelná vodivost a viskozita) a dále na tvaru, rozměrech a drsnosti obtékaného tělesa. V praxi může α_p dosahovat pro klidný vzduch 3 ÷ 20 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$, pro kondenzující vodní páru 1000 ÷ 60000 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$. Pro tento značný rozsah mohou empirické vztahy na výpočet α_p platit jen v omezeném rozmezí nezávisle proměnných parametrů.

	α_{min} [$W.m^{-2}.K^{-1}$]	α_{max} [$W.m^{-2}.K^{-1}$]
Klidný vzduch	3,5	35
Proudící vzduch	11	584
Proudící kapalina	2300	5800
Vroucí kapalina	4660	6970
Kondenzující páry	8055	13580

Tab. 1.3 Hodnoty součinitele α

1.5 Přenos tepla sáláním

Posledním principem sdílení tepla je záření. Každé těleso s teplotou větší než Θ=0 K vyzařuje do svého okolí energii ve formě elektromagnetických vln, které se šíří v průzračném prostředí přímočaře a všemi směry. Na těleso rovněž dopadá tepelný tok od ostatních těles v prostoru. K ohřevu tělesa pochopitelně dochází, přijímá-li ze svého okolí více energie, než samo vyzáří a naopak. Množství vyzařované energie je úměrné ploše aktivního povrchu tělesa a čtvrté mocnině jeho termodynamické teploty. Je rovněž závislé na charakteru povrchu tělesa. Tok energie dopadlý na těleso lze rozdělit na tři části:

- odražený tok
- prostupující tok
- pohlcený (absorbovaný) tok

Musí platit, že :

$$a + b + c = 1 \qquad (1.17)$$

Lze definovat tyto extrémy:

- *a* = 1 ...absolutně černý povrch (celá energie tepelného toku je tělesem pohlcena)
- *b* = 1 ...absolutně bílý povrch (veškerá energie je tělesem odražena)
- *c* = 1 ...průzračné (průteplivé) prostředí - dvouatomové plyny a vzduch
- *c* = 0 ...tepelně neprůzračné prostředí - např. kovy

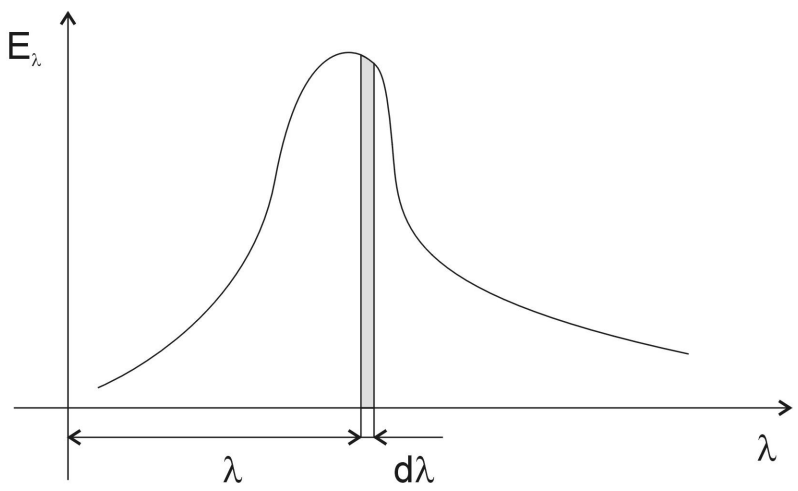
Tyto koeficienty mohou být závislé na frekvenci elektromagnetické vlny, proto je možné definovat jejich spektrální hodnoty a pro všechny vlnové délky musí platit, že:

$$a_l + b_l + c_l = 1 \qquad (1.18)$$

Přenos tepla zářením se řídí fyzikálními zákony:

Zákony záření absolutně černého povrchu

Povrch zahřátého absolutně černého tělesa vyzařuje souvislé spektrum záření o různých vlnových délkách (Obr. 1.9).



Obr. 1.9 Průběh spektrální zářivosti v závislosti na vlnové délce λ

Kirchhofův zákon

$$\frac{E_{Š}}{A_{Š}} = f(\Theta) = \frac{E_{Č}}{A_{Č}} = E_{Č} \qquad (1.19)$$

Poměr zářivosti a relativní pohltivost šedého tělesa je závislý pouze na absolutní teplotě tělesa T a nezávisí na barvě povrchu. Můžeme tedy napsat Kirchhofův zákon pro záření také v této podobě – pro spektrální zářivost:

$$\frac{E_{lŠ}}{A_{lŠ}} = f(\Theta; l) = E_{lČ} \qquad (1.20)$$

Stefan-Boltzmanův zákon

$$E_{Č} = s_{Č} \cdot \Theta^4 \qquad (\mathrm{W \cdot m^2}) \qquad (1.21)$$

kde $\sigma_č = 5{,}67.10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$

Zářivost černého tělesa je úměrná jen čtvrté mocnině absolutní teploty.

Planckův vyzařovací zákon

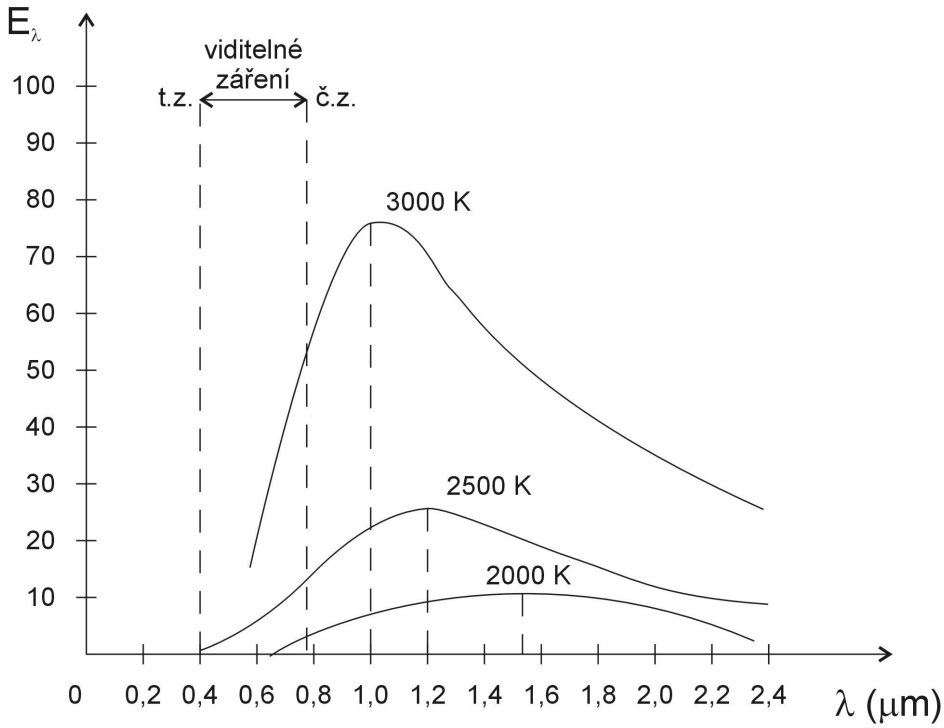
$$E_{lč} = f(\Theta; l) = \frac{C_1}{l^5\left(e^{\frac{C_2}{l \cdot \Theta}} - 1\right)} \qquad (\mathrm{W \cdot m^{-3}}) \qquad (1.22)$$

kde konstanty c_1, c_2 jsou vypočtené z Planckovy konstanty ($c_1 = 5{,}95.10^{-17}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$, $c_2 = 1{,}4388.10^{-2}\ \mathrm{m \cdot K}$.
Planckův zákon popisuje závislost spektrální intenzity záření absolutně černého tělesa na jeho povrchové teplotě.

Zákon Wienův

$$l_{\max} = \frac{2{,}892 \cdot 10^{-3} E_{Č}}{\Theta} \qquad (\mathrm{m}) \qquad (1.23)$$

Spektrální záření E_λ je za dané teploty nejintenzivnější pro vlnovou délku λ_{max}, která je nepřímo úměrná této teplotě Θ. Z toho vyplývá, že těleso vyzařuje svým povrchem při nízké teplotě pouze dlouhovlnné (infračervené) záření. S rostoucí teplotou tedy nejen stoupá zářivost tělesa, ale maximum vyzařovaného spektra se rovněž posouvá ke kratším vlnovým délkám – Wienův posunovací zákon (Obr. 1.10).



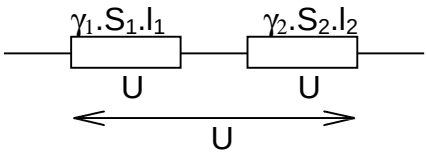
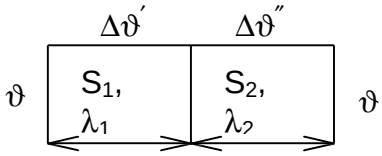
Obr. 1.10 Wienův posunovací zákon

Pro tepelný výkon předávaný si dvěma rovnoběžnými, různě velkými plochami A_1, A_2, z nichž jedna má teplotu Θ_1 a emisivitu ε_1 a druhá teplotu Θ_2 a emisivitu ε_2 , platí:

$$P = \frac{A_1 \cdot s_{č}}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \cdot (\frac{1}{\varepsilon_2} - 1)} \cdot \left[\left(\frac{\Theta_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{\Theta_2}{100} \right)^4 \right] \qquad \text{(W)} \qquad (1.24)$$

2. ANALOGIE MEZI TEPLOTNÍM A ELEKTRICKÝM POLEM

Analogie mezi polem elektrickým a teplotním je velmi výrazná a pro elektrotechnika užitečná. Usnadňuje výpočty tepla v jednodužších soustavách a v ustáleném stavu. V Tab. 2.1 jsou uvedeny základní analogie :

Pole elektrické	**Pole teplotní**
1. Potenciál V [V]	1. Termodynamická teplota Θ [K]
2. Napětí $U = V_1 - V_2$ [V]	2. Teplotní rozdíl $\Delta\Theta = \Theta_1 - \Theta_2$ [K]
3. Konduktivita (měrná vodivost) γ [$S.m^{-1}$]	3. Součinitel tep. vodivosti λ [$W.m^{-1}.K^{-1}$]
4. Elektrická vodivost $G = \frac{\gamma.S}{l}$ [S]	4. Tepelná vodivost $G = \frac{\lambda.S}{l}$ [$W.K^{-1}$]
5. Hustota proudu $\bar{J}$ [$A.m^{-2}$]	5. Hustota tepelného toku $\bar{q}$ [$W.m^{-2}$] Tok tepla za jednotku času připadající na jednotku plochy
6. Elektrický proud $I = \int_S \bar{J}.d\bar{S}$ [A]	6. Tepelný tok $= \int_S \bar{q}.d\bar{S}$ [W]
7. Odpory v sérii $R=R_1+R_2+R_3$ 	7. Vedení tepla složenou stěnou $R=R_1+R_2+R_3$ 

Tab. 2.1 Analogie mezi teplotním a elektrickým polem