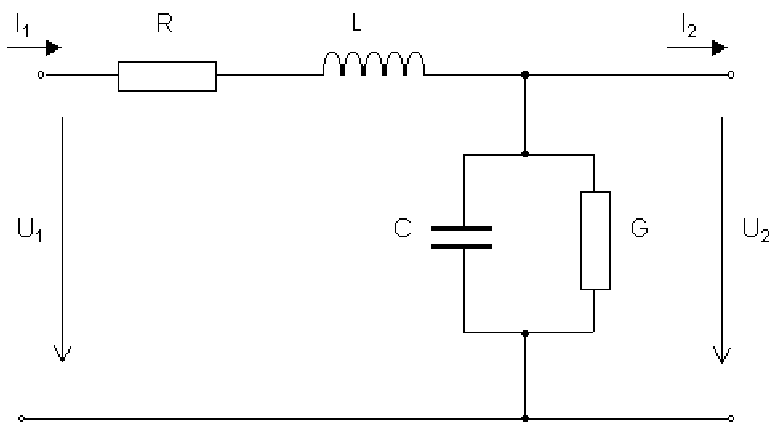
– Výpočet střídavých sítí VVN

– Thomsonovy rovnice

Při řešení vedení VVN (obecně při řešení střídavých vedení všech napěťových hladin) je nutno respektovat všechny čtyři parametry elektrických vedení : činný odpor, indukčnost, kapacitu a svodovou vodivost.

Tyto parametry při řešení elektrických sítí NN a VN zjednodušeně považujeme za prostorově soustředěné tj. výsledné hodnoty těchto parametrů nahradíme jedním fyzikálním prvkem. Samotný výpočet vedení se pak provádí podle náhradního schématu, které obsahuje prostorově soustředěné parametry.

Náhradní schéma střídavého vedení (jedné fáze) je na následujícím obrázku.



Obr. 6. 1

U_1	napětí na začátku vedení (fázové)
U_2	napětí na konci vedení (fázové)
I_1	proud na začátku vedení
I_2	proud na konci vedení
R	činný odpor vedení
L	indukčnost vedení
C	kapacita vedení
G	svodová vodivost vedení

Pro řešení vedení můžeme využít teorii čtyřpólů, kdy vedení představuje pasivní, lineární, souměrný čtyřpól.

Základní rovnice čtyřpólu jsou následující :

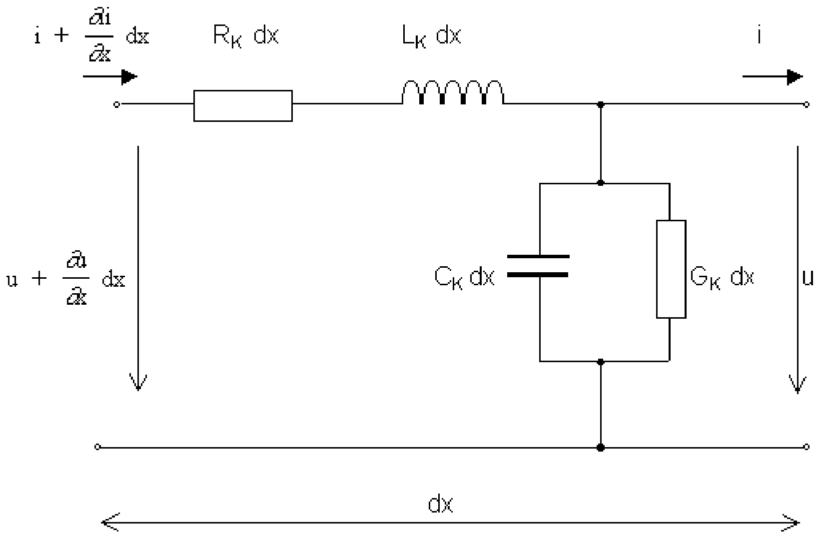
$$\overline{U}_1 = \overline{A} \cdot \overline{U}_2 + \overline{B} \cdot \overline{I}_2 \qquad (6.1)$$

$$\overline{I}_1 = \overline{C} \cdot \overline{U}_2 + \overline{D} \cdot \overline{I}_2 \qquad (6.2)$$

A, B, C, D jsou tzv. Blondelovy konstanty.

Pro přesná řešení vedení (zvláště vedení VVN) nelze ovšem zjednodušovat vedení na náhradní schéma s prostorově soustředěnými parametry, ale je nutno respektovat **prostorově rozložené parametry** vedení.

Vedení si je nutno představit jako kaskádní zapojení nekonečného počtu elementů vedení o délce dx. Jednofázové náhradní schéma takového elementu je na následujícím obrázku (parametry vedení jsou uváděny s indexem K, protože jsou vztaženy na jednotku délky vedení).



Obr. 6. 2

Matematické vyjádření napětí a proudu na začátku elementu vychází z Taylorova rozvoje.

$$u\left(x + dx\right) = u\left(x\right) + \frac{\partial u}{\partial x}\,dx + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,dx^2 + ... \qquad (6.3)$$

Analogicky to platí pro proud. Členy dx s druhou a vyšší mocninou se zanedbávají.

Aplikujeme-li na element vedení 2. Kirchhoffův zákon, je výsledná rovnice následující :

$$u + \frac{\partial u}{\partial x}\,dx - u - R_K\,dx\left(i + \frac{\partial i}{\partial x}\,dx\right) - L_K\,dx\,\frac{\partial\left(i + \frac{\partial i}{\partial x}\,dx\right)}{dt} = 0$$

(6.4)

Úpravou vztahu včetně zanedbání členů s dx^2 dostaneme první Thomsonovu rovnici :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = R_K \,.\, i + L_K \,.\, \frac{\partial i}{\partial t} \qquad (6.5)$$

Bude-li pro uzel elementu aplikován 1. Kirchhoffův zákon, je výsledkem následující rovnice :

$$i + \frac{\partial i}{\partial x}\, dx - i - G_K\, u\, dx - C_K\, dx\, \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \qquad (6.6)$$

Úpravou tohoto vztahu pak lze získat druhou Thomsonovu rovnici :

$$\frac{\partial i}{\partial x} = G_K \,.\, u + C_K \,.\, \frac{\partial u}{\partial t} \qquad (6.7)$$

Další úpravy první a druhé Thomsonovy rovnice spočívají v jejich derivacích podle dx a dt. Úpravami pak lze napsat třetí a čtvrtou Thomsonovu rovnici :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R_K \,.\, G_K \,.\, u + \left(R_K .\, C_K + L_K . G_K\right) \frac{\partial u}{\partial t} + L_K \,.\, C_K\, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (6.8)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = R_K \,.\, G_K \,.\, i + \left(R_K .\, C_K + L_K . G_K\right) \frac{\partial i}{\partial t} + L_K \,.\, C_K\, \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \qquad (6.9)$$

(Tyto čtyři rovnice odvodil pan Thomson v roce 1855.)

– Aplikace Thomsonových rovnic

– Aplikace Thomsonových rovnic na stejnosměrná vedení

Protože se v rámci naší republiky stejnosměrná vedení VVN nepoužívají, není nutno se podrobně tímto problémem zabývat. Při aplikaci se vychází z třetí a čtvrté Thomsonovy rovnice, derivace podle času jsou nulové. Výsledkem řešením diferenciálních rovnic druhého řádu s příslušnými okrajovými podmínkami jsou následující rovnice, které umožňují vypočítat napětí a proud v libovolném místě vedení.

$$u_x = I_2 . \sqrt{\frac{R_K}{G_K}} . \sinh\left(x . \sqrt{R_K . G_K}\right) + U_2 . \cosh\left(x . \sqrt{R_K . G_K}\right) \qquad (6.10)$$

$$i_x = U_2 . \sqrt{\frac{G_K}{R_K}} . \sinh\left(x . \sqrt{R_K . G_K}\right) + I_2 . \cosh\left(x . \sqrt{R_K . G_K}\right) \qquad (6.11)$$

Zadané okrajové podmínky jsou hodnoty proudu a napětí na konci vedení (I_2 a U_2). Souřadnice **x** má orientaci od konce vedení, pro hodnoty na konci vedení má tedy hodnotu 0. Pro určení hodnoty proudu a napětí na začátku vedení je nutno do předchozích rovnic dosadit za **x** hodnotu délky vedení **l**.

V ustáleném chodu se u stejnosměrných vedení neprojevuje vliv indukčnosti a kapacity.

– Aplikace Thomsonových rovnic na střídavá vedení

Protože řešení Thomsonových rovnic pro střídavá vedení, kdy časový průběh napětí a proudu by byl obecný, jsou matematicky značně náročná, v rámci elektroenergetiky se tyto rovnice řeší pro sinusový (harmonický) průběh proudu a napětí. (Symboly označené pruhem (nebo dvěma pruhy) jsou komplexní čísla.)

Pro časový průběh proudu a napětí lze napsat :

$$\bar{\bar{U}} = \sqrt{2} \,.\, \bar{U} \,.\, e^{j\omega t} \qquad (6.12)$$

$$\bar{\bar{I}} = \sqrt{2} \,.\, \bar{I} \,.\, e^{j\omega t} \qquad (6.13)$$

Pro parciální derivace těchto výrazů platí :

$$\frac{\partial \bar{\bar{U}}}{\partial x} = \sqrt{2} \,.\, \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} \,.\, e^{j\omega t} \qquad (6.14)$$

$$\frac{\partial \bar{\bar{U}}}{\partial t} = \sqrt{2} \,.\, \bar{U} \,.\, j\omega \,.\, e^{j\omega t} \qquad (6.15)$$

Analogicky to platí pro proud. Dosazením vztahů 6.14 a 6.15 do první Thomsonovy rovnice a následnou úpravou vyjde následující vztah pro první derivaci napětí podle délky (x).

$$\frac{d\bar{U}}{dx} = \left(R_K + j\omega L_K\right) . \bar{I} = \bar{Z}_K \,.\, \bar{I} \qquad (6.16)$$

Analogicky pro derivaci proudu :

$$\frac{d\bar{I}}{dx} = \left(G_K + j\omega C_K\right) . \bar{U} = \bar{Y}_K \,.\, \bar{U} \qquad (6.17)$$

Z_K … podélná impedance vedení (vztažená na jednotku délky)
Y_K … příčná admitance vedení (vztažená na jednotku délky)

Další derivací podle dx a úpravou lze odvodit následující rovnice pro napětí a proud (respektive pro jejich druhé derivace podle dx).

$$\frac{d^2\overline{U}}{dx^2} = \overline{Z}_K \cdot \frac{dI}{dx} = \overline{Z}_K \cdot \overline{Y}_K \cdot \overline{U} \qquad (6.18)$$

$$\frac{d^2\overline{I}}{dx^2} = \overline{Z}_K \cdot \overline{Y}_K \cdot \overline{I} \qquad (6.19)$$

Řešení těchto diferenciálních rovnic s použitím stejných okrajových podmínek jako u stejnosměrného vedení (pro x = 0 jsou hodnoty proudu a napětí rovny hodnotám těchto veličin na konci vedení) je vyjádřeno vztahy :

$$\overline{U}_X = \overline{U}_2 \cdot \cosh\left(\overline{\gamma} \cdot x\right) + \overline{Z}_V \cdot \overline{I}_2 \cdot \sinh\left(\overline{\gamma} \cdot x\right) \qquad (6.20)$$

$$\overline{I}_X = \overline{U}_2 \cdot \frac{1}{\overline{Z}_V} \cdot \sinh\left(\overline{\gamma} \cdot x\right) + \overline{I}_2 \cdot \cosh\left(\overline{\gamma} \cdot x\right) \qquad (6.21)$$

Pro určení hodnoty proudu a napětí na začátku vedení je nutno do předchozích rovnic dosadit za **x** hodnotu délky vedení **l**.

$\overline{\gamma} = \sqrt{\overline{Z}_K \cdot \overline{Y}_K}$ činitel šíření

$\overline{Z}_V = \sqrt{\dfrac{\overline{Z}_K}{\overline{Y}_K}}$ vlnová (charakteristická) impedance vedení

Z uvedených rovnic lze také určit Blondelovy konstanty pro střídavé vedení :

$\overline{A} = \overline{D} = \cosh\left(\overline{\gamma} \cdot l\right)$ [-]

$\overline{B} = \overline{Z}_V \cdot \sinh\left(\overline{\gamma} \cdot l\right)$ [Ω]

$\overline{C} = \dfrac{1}{\overline{Z}_V} \cdot \sinh\left(\overline{\gamma} \cdot l\right)$ [S]

Činitel šíření γ je rovněž komplexní číslo, které má svou reálnou a imaginární hodnotu.

$$\overline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{\left(R_K + j\omega L_K\right)\left(G_K + j\omega C_K\right)} \qquad (6.22)$$

α … činitel útlumu
β … fázová konstanta

V případě, že je β rovno nule, jedná se o stejnosměrné vedení ($L_K=C_K=0$). Je-li α rovno nule, jedná se o tzv. bezztrátové vedení ($R_K=G_K=0$). Toto vedení je z fyzikálního hlediska fixe, ale protože v podélné impedanci převládá u vedení VVN induktivní reaktance a v příčné admitanci převládá kapacitní vodivost, je z technického hlediska možno vedení VVN v mnoha případech nahradit vedením bezztrátovým.

Přirozený výkon

Je-li vedení zatíženo vlnovou impedancí, přenáší tzv. přirozený výkon, pro který platí vztah :

$$\overline{S}_P = \frac{\overline{U}_2^2}{\overline{Z}_V} \qquad (6.23)$$

U_2 … sdružená hodnota napětí na konci vedení

Z_V … vlnová impedance vedení

Vlnová impedance vedení charakterizuje přenosovou schopnost vedení. Je-li vedení provozováno pod přirozeným výkonem, má kapacitní charakter, je-li provozováno nad přirozeným výkonem, má induktivní charakter.

V praxi se ještě stále používají výpočty vedení VVN tzv. náhradními články hlavně „T“ a „Π“.

Výpočet vedení náhradními články

Pro přibližné metody výpočtu vedení vvn se používají tzv. náhradní články. Při tomto řešení uvažujeme soustředěné parametry vedení do několika náhradních impedancí a admitancí. Parametry vedení se pak vhodným způsobem zapojují. Rozlišujeme dva základní náhradní články T článek a Π článek. Každý náhradní článek má jiné hodnoty Blondelových konstant. Blondelovy konstanty odvozujeme z podélné impedance vedení Z_K a příčné admitance Y_K, pro které platí:

$$\overline{Z}_K = (R_K + j\omega L_K) \qquad \left[\Omega.km^{-1}\right] \qquad (2.41)$$

$$\overline{Y}_K = (G_K + j\omega C_K) \qquad \left[S.km^{-1}\right] \qquad (2.42)$$

kde. R_k, L_k, C_k, G_k parametry vedení vztažené na 1 km délky

Blondelovy konstanty vypočtené pomocí náhradních článku dosazujeme společně z hodnotami na konci vedení (U_2, I_2) do rovnic pro čtyřpól.

$$\overline{U}_1 = \overline{A}.\overline{U}_2 + \overline{B}\overline{I}_2$$

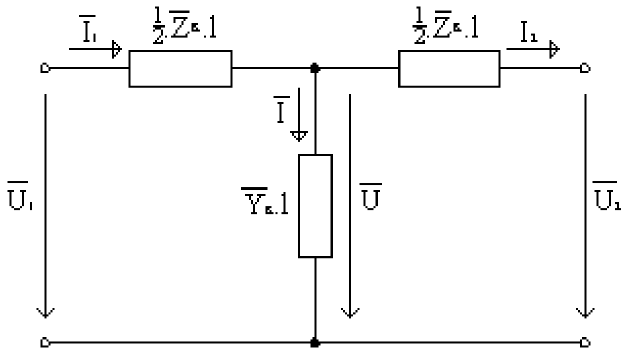
$$\overline{I}_1 = \overline{C}.\overline{U}_2 + \overline{D}\overline{I}_2 \qquad (2.43)$$

–

–

- **Náhrada pomocí T článku**

Příčná admitance je umístěna do středu vedení. Podélná impedance je rozdělena na dvě poloviny a umístěna na začátek a konec vedení. Zapojení T článku a rozdělení proudů a napětí je zobrazeno na schématu.



Obr. 2.7 Model náhradního T-článku

Odvozením z rovnic pro součet napětí a proudů dle Kirchhofových zákonů a jejich vzájemným porovnáním dostaneme Blondelovy konstanty pro T článek.

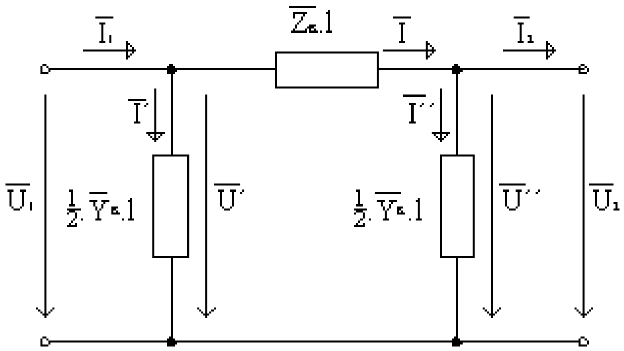
$$\overline{A} = \overline{D} = (1 + \frac{\overline{Z}_K.\overline{Y}_K.l^2}{2}) \qquad [-]$$
$$\overline{B} = \overline{Z}_K.l.(1 + \frac{\overline{Z}_K.\overline{Y}_K.l^2}{4}) \qquad [\Omega] \qquad (2.44)$$
$$\overline{C} = \overline{Y}_K.l \qquad [S]$$

–

–

- **Náhrada pomocí Π článku**

Příčná admitance je rozdělena na dvě polovina a umístěna na začátek a konec vedení. Podélná impedance je umístěna do středu vedení. Zapojení Π článku a rozdělení proudů a napětí je zobrazeno na schématu.



Obr. 2.8 Model náhradního Π -článku

Odvozením z rovnic pro součet napětí a proudů dle Kirchhofových zákonů a jejich vzájemným porovnáním dostaneme Blondelovy konstanty pro Π článek.

$$\overline{A} = \overline{D} = (1 + \frac{\overline{Z}_K.\overline{Y}_K.l^2}{2}) \qquad [-]$$

$$\overline{B} = \overline{Z}_K.l \qquad [\Omega] \qquad (2.45)$$

$$\overline{C} = \overline{Y}_K.l.(1 + \frac{\overline{Z}_K.\overline{Y}_K.l^2}{4}) \qquad [S]$$