PROJEKTOVÁNÍ EL. DISTRIBUČNÍCH SÍTÍ

Metoda shody a neshody – CDA (téma 7.)

! STUDIJNÍ CÍLE

- Umět sestavit kriteriální matici a na jejím základě pak normalizovanou kriteriální matici
- Porozumět výpočetnímu principu metody CDA na základě předvedeného příkladu

KLÍČOVÁ SLOVA

- Vícekriteriální rozhodovací analýza (multikriteriální analýza), kriteriální matice, normalizovaná kriteriální matice, vektor vah kriterií, maximalizační a minimalizační kriterium, index shody, index neshody

ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU

90 minut

TEXT K PROSTUDOVÁNÍ

Metoda shody a neshody - CDA

Analýza shody a neshody je metoda v MCA široce používaná, která je založena na porovnávání alternativ výběru po dvojicích. Měří stupeň, kterým alternativy výběru a váhy faktorů potvrzují nebo vyvracejí "vyřazovací" vzájemný poměr mezi alternativami. Rozdíly ve váhách faktorů a hodnocení kritérií jsou pomocí postupů shody a neshody analyzovány odděleně.

Index shody alternativy A s alternativou B je definován jako podíl součtu vah těch kritérií, pro která je hodnocení A větší nebo rovno hodnocení B, a součtu vah všech kritérií. Pro index shody tedy platí:

$$C_{AB} = \frac{\sum W_j \left(e_{Aj} \geq e_{Bj}\right)}{\sum W_j} \qquad \textbf{(20)}$$

Index neshody alternativy A s alternativou B je definován jako podíl, kde čitatel je roven maximálnímu rozdílu vážených hodnocení, pro která je hodnocení A menší než hodnocení B, a jmenovatel je roven maximálnímu rozdílu vážených hodnocení všech alternativ pro kritérium vykazující maximální hodnotu výše definovaného čitatele. Index neshody můžeme tedy zapsat:

$$D_{AB} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{\max\left(W_j \cdot e_{Aj} - W_j \cdot e_{Bj}\right) pro(e_{Aj} < e_{Aj})}{\max\left(W_m \cdot e_{i'm}\right) - \min\left(W_m \cdot e_{i''m}\right)} \qquad \textbf{(21)}$$

kde: $m = j$ při $D_1 = max$.

Celkový index shody alternativy A získáme jako součet všech indexů shody alternativy A vzhledem ke všem ostatním:

$$C_A = \sum_{j=1}^{J} C_{Aj} \qquad \textbf{(22)}$$

Celkový index neshody alternativy A získáme jako součet všech indexů neshody alternativy A vzhledem ke všem ostatním:

$$D_A = \sum_{j=1}^{J} D_{Aj} \qquad \textbf{(23)}$$

Posledním krokem je pak seřazení jednotlivých alternativ podle maximálního (resp. minimálního) indexu shody a minimálního (resp. maximálního) indexu neshody. Výsledné hodnocení dané alternativy získáme následovně:

$$CDA_i = I - C_i + D_i \qquad \textbf{(24)}$$

Alternativy nakonec seřadíme podle rostoucí (resp. klesající) hodnoty CDA.

Příklad na metodu shody a neshody - CDA

Vstupní kriteriální matice je zadána tak, že všechna kritéria jsou maximalizační:

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 20 & 10 & 5 & 150 & 0{,}9 \\ 70 & 25 & 8 & 230 & 0{,}1 \\ 40 & 20 & 2 & 190 & 1{,}5 \\ 10 & 30 & 4 & 80 & 0{,}4 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(25)}$$

Nalezneme minimum a maximum z každého sloupce pro všechna kritéria, tedy bazální a ideální variantu a mějme zadán vektor vah kritérií:

Vlastnost	**Kritérium**				
	f_1	**f_2**	**f_3**	**f_4**	**f_5**
Minimum	10	10	2	80	0,1
Maximum	70	30	8	230	1,5
Váha kritéria	0,4	0,25	0,2	0,1	0,05

Provedeme normalizaci matice na základě vztahu (3} a získáme

$$\begin{bmatrix} 0{,}167 & 0 & 0{,}5 & 0{,}467 & 0{,}571 \\ 1 & 0{,}75 & 1 & 1 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 & 0{,}733 & 1 \\ 0 & 1 & 0{,}333 & 0 & 0{,}214 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(26)}$$

Zavedeme váhy matice dle vztahu (6), tedy každý prvek v daném sloupci vynásobíme váhou příslušnou k danému kritériu :

$$\begin{bmatrix} 0{,}067 & 0 & 0{,}1 & 0{,}047 & 0{,}029 \\ 0{,}4 & 0{,}188 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}125 & 0 & 0{,}073 & 0{,}05 \\ 0 & 0{,}25 & 0{,}067 & 0 & 0{,}011 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(27)}$$

Index shody C_{AB} vypočteme ze vztahu (20)

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0{,}05 & 0{,}2 & 0{,}075 \\ 0{,}95 & 1 & 0{,}95 & 0{,}7 \\ 0{,}8 & 0{,}05 & 1 & 0{,}55 \\ 0{,}25 & 0{,}03 & 0{,}45 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(28)}$$

Celkový index shody pro jednotlivé varianty určíme ze vzorce (22)

Varianty	**C_i**
A	2
B	3,6
C	2,4
D	2

Index neshody, čitatel D_1 vypočteme ze vztahu (21)

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0{,}333 & 0{,}133 & 0{,}25 \\ 0{,}029 & 0 & 0{,}005 & 0{,}062 \\ 0{,}1 & 0{,}2 & 0 & 0{,}125 \\ 0{,}067 & 0{,}4 & 0{,}2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(29)}$$

jmenovatel D_2 určíme ze vztahu (21)

$$D_2 = \max\left(W_m \cdot e_{i'm}\right) - \min\left(W_m \cdot e_{i''m}\right) = 0{,}4 - 0 = 0{,}4 \qquad \textbf{(30)}$$

takže matice indexu neshody *D* bude:

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0{,}833 & 0{,}333 & 0{,}625 \\ 0{,}073 & 0 & 0{,}125 & 0{,}155 \\ 0{,}25 & 0{,}5 & 0 & 0{,}313 \\ 0{,}168 & 1 & 0{,}5 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(31)}$$

Celkový index neshody pro jednotlivé varianty určíme ze vzorce (23)

Varianty	**D_i**
A	1,791
B	0,353
C	1,063
D	1,668

Nakonec provedeme analýzu shody a neshody dle vztahu (24) a varianty seřazené od nejlepší po nejhorší jsou v níže uvedené tabulce:

Varianty	**CDA**
B	0,753
C	2,663
D	3,668
A	3,791

? KONTROLNÍ OTÁZKY TEORETICKÉ

1. (3 body) Uveďte základní vztahy metody CDA pro indexy shody a neshody

2. (4 body) Popište postup výpočtu pořadí variant metodou CDA

SHRNUTÍ

Nové poznatky a pojmy :

- kriteriální matice
- normalizovaná kriteriální matice
- vektor vah kriterií
- maximalizační a minimalizační kriterium
- Index shody
- Index neshody

KLÍČ K OTÁZKÁM

Teoretické

1. Index shody alternativy A s alternativou B je definován jako podíl součtu vah těch kritérií, pro která je hodnocení A větší nebo rovno hodnocení B, a součtu vah všech kritérií. Pro index shody tedy platí:

$$C_{AB} = \frac{\sum W_j \left(e_{Aj} \geq e_{Bj}\right)}{\sum W_j}$$

Index neshody alternativy A s alternativou B je definován jako podíl, kde čitatel je roven maximálnímu rozdílu vážených hodnocení, pro která je hodnocení A menší než hodnocení B, a jmenovatel je roven maximálnímu rozdílu vážených hodnocení všech alternativ pro kritérium vykazující maximální hodnotu výše definovaného čitatele. Index neshody můžeme tedy zapsat:

$$D_{AB} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{\max\left(W_j \cdot e_{Aj} - W_j \cdot e_{Bj}\right) pro(e_{Aj} < e_{Aj})}{\max\left(W_m \cdot e_{i^{/}m}\right) - \min\left(W_m \cdot e_{i^{//}m}\right)}$$

kde: $m = j$ při $D_1 = max$.

2.

- Předpokládejme vstupní kriteriální matici zadanou tak, že všechna kritéria jsou maximalizační.

- Nalezneme minimum a maximum z každého sloupce pro všechna kritéria, tedy bazální a ideální variantu a mějme zadán vektor vah kritérií.

- Provedeme normalizaci matice na základě vztahu (3)

- Zavedeme váhy matice dle vztahu (6), tedy každý prvek v daném sloupci vynásobíme váhou příslušnou k danému kritériu

- Index shody C_{AB} vypočteme ze vztahu (20)

- Celkový index shody pro jednotlivé varianty určíme ze vzorce (22)

- Index neshody, čitatel D_1 vypočteme ze vztahu (21)

- Jmenovatel D_2 určíme ze vztahu (21)

- Celkový index neshody pro jednotlivé varianty určíme ze vzorce (23)

- Nakonec provedeme analýzu shody a neshody dle vztahu (24) a varianty seřadíme od nejlepší po nejhorší dle klesající hodnoty CDA.

AUTOKONTROLA

Pokud jste získali z teoretické části nejméně 4 body je možno pokračovat v další části. V opačném případě je nutno si kapitolu znovu zopakovat ve zkráceném čase (30 minut) a znovu uvést odpovědi na kontrolní otázky.