# PROJEKTOVÁNÍ EL. DISTRIBUČNÍCH SÍTÍ

## Metoda váženého součtu - WSA (téma 5.)

### ! STUDIJNÍ CÍLE

- Umět sestavit kriteriální matici a na jejím základě pak normalizovanou kriteriální matici
- Porozumět výpočetnímu principu metody a jejímu postupu na základě předvedeného příkladu

### KLÍČOVÁ SLOVA

- Vícekriteriální rozhodovací analýza ( multikriteriální analýza ), kriteriální matice, normalizovaná kriteriální matice, vektor vah kriterií, maximalizační a minimalizační kriterium, maximalizace užitku, vážený součet

### ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU

60 minut

## TEXT K PROSTUDOVÁNÍ

### *Metoda váženého součtu - WSA*

Metoda váženého součtu vychází z principu maximalizace užitku, dopouští se však zjednodušení v tom, že předpokládá pouze lineární funkci užitku.

Nejprve vytvoříme normalizovanou kriteriální matici $R=(r_{ij})$, jejíž prvky získáme z kriteriální matice $Y=(y_{ij})$, viz. (1) – téma č.4, pomocí transformačního vzorce (3)

$$r_{ij} = \frac{Y_{ij} - D_j}{H_j - D_j} \qquad \textbf{(3)}$$

Tato matice již představuje matici hodnot užitku z *i*-té varianty podle *j*-tého kritéria. Podle vzorce (3) lineárně transformujeme kriteriální hodnoty tak, že $r_{ij} \in \langle 0,1 \rangle$, $D_j$ odpovídá minimální hodnota kritéria ve sloupci *j* a $H_j$ odpovídá maximální hodnota kritéria ve sloupci *j*.

Vztah (3) se používá v případě, že kritérium v daném sloupci *j* je považováno za maximalizační. Pro případ minimalizačního kritéria lze provést normalizaci takového sloupce v matici přímo použitím vztahu (4)

$$r_{ij} = \frac{H_j - Y_{ij}}{H_j - D_j} \qquad \textbf{(4)}$$

Pokud chceme mít všechna kritéria v kriteriální matici jako maximalizační ještě před provedením standardizace (normalizace) matice, přepočteme prvky v takovémto sloupci podle vztahu (5)

$$Y_{ij-\max} = H_{j-\min} - Y_{ij-\min}, \qquad i = 1,2,\ldots,p \qquad \textbf{(5)}$$

tedy od stávajícího největšího prvku (maxima) $H_{j\text{-}min}$ v daném sloupci postupně odečteme všechny ostatní prvky a tím převedeme sloupec s minimalizačním kritériem na maximalizační. Tento převod je však ve vztahu (4) již zanesen a většina výpočetních programů s touto možností počítá.

Při použití aditivního tvaru vícekriteriální funkce užitku je pak užitek varianty $a_i$ roven

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j \cdot r_{ij} \qquad \textbf{(6)}$$

Varianta, která dosáhne maximální hodnoty užitku je vybrána jako „nejlepší“, případně je možno uspořádat varianty podle klesající hodnoty užitku.

### *Příklad na metodu váženého součtu - WSA*

Pro názornost zde naznačíme ukázkový příklad využití multikriteriální analýzy při rozhodování. Předpokládejme situaci, že se uvažuje o výstavbě vodní elektrárny k dispozici je šest variant umístění stavby : $a_1$, $a_2$, $a_3$, $a_4$, $a_5$, $a_6$, které se hodnotí podle šesti kritérií:

- Kritérium $f_1$ - počet pracovních sil (min)
- Kritérium $f_2$ - výkon v MW (max),
- Kritérium $f_3$ - investiční náklady v mld. Kč (min),
- Kritérium $f_4$ - provozní náklady v mil. Kč (min),
- Kritérium $f_5$ - počet evakuovaných obcí při výstavbě (min),
- Kritérium $f_6$ - stupeň spolehlivosti provozu v bodové stupnici (max)

Předpokládejme, že jsme získali *vektor vah kritérií*: $v=(v(f_1), v(f_2), v(f_3), v(f_4), v(f_5), v(f_6)) = (0{,}07; 0{,}24; 0{,}33; 0{,}19; 0{,}09; 0{,}08)$. Součet vah všech kritérií se pochopitelně rovná 100%, resp. 1,0.

Výchozí *kriteriální matice Y* pro jednotlivé vstupní varianty vypadá například následovně:

$$\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 & f_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 80 & 90 & 6 & 5{,}4 & 8{,}0 & 5 \\ 65 & 58 & 2 & 9{,}7 & 1{,}0 & 1 \\ 83 & 60 & 4 & 7{,}2 & 4{,}0 & 7 \\ 40 & 80 & 10 & 7{,}5 & 7{,}0 & 10 \\ 52 & 72 & 6 & 2{,}0 & 3{,}0 & 8 \\ 94 & 96 & 7 & 3{,}6 & 5{,}0 & 6 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(7)}$$

Provedeme úpravu kriteriální matice na tvar, kdy všechna kritéria budou maximalizační (max).

Pro minimalizační kritéria určíme nejhorší hodnoty: $f_1$-*94*, $f_3$-*10*, $f_4$-*9,7*, $f_5$-*8*.

Od těchto hodnot odečteme kriteriální hodnoty dané varianty a převedeme tak dle vztahu (5) všechna minimalizační kritéria na maximalizační. Získáme tak matici ve tvaru:

$$\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 & f_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 14 & 90 & 4 & 4{,}3 & 0 & 5 \\ 29 & 58 & 8 & 0 & 7 & 1 \\ 11 & 60 & 6 & 2{,}5 & 6 & 7 \\ 54 & 80 & 0 & 2{,}2 & 1 & 10 \\ 42 & 72 & 4 & 7{,}7 & 5 & 8 \\ 0 & 96 & 3 & 6{,}1 & 3 & 6 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \textbf{(8)}$$

Dále určíme maximální *H* a minimální *D* hodnoty z každého sloupce *j*:

$H = (54; 96; 8; 7{,}7; 7; 10)$
$D = (0; 58; 0; 0; 0; 0; 1)$

Dále pomocí transformačního vzorce (3) vytvoříme normalizovanou kriteriální matici jejíž prvky vyjadřují hodnoty užitku dané varianty podle určitého kritéria. Předpokládejme, že jsme získali vektor vah kritérií: $\mathrm{v} = (0{,}07; 0{,}24; 0{,}33; 0{,}19; 0{,}09; 0{,}08)$

$$\begin{bmatrix} 0{,}26 & 0{,}84 & 0{,}5 & 0{,}56 & 0 & 0{,}44 \\ 0{,}54 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}05 & 0{,}75 & 0{,}32 & 0{,}86 & 0{,}67 \\ 1 & 0{,}58 & 0 & 0{,}29 & 0{,}14 & 1 \\ 0{,}78 & 0{,}37 & 0{,}5 & 1 & 0{,}71 & 0{,}78 \\ 0 & 1 & 0{,}38 & 0{,}79 & 0{,}43 & 0{,}56 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(9)}$$

Maximální hodnoty užitku dosahuje varianta $a_5$ a je vybrána jako „nejlepší“. Uspořádáním variant podle hodnot užitku dostáváme pořadí: $u(a_5)=0{,}62$; $u(a_6)=0{,}60$; $u(a_1)=0{,}53$; $u(a_2)=0{,}46$; $u(a_3)=0{,}44$; $u(a_4)=0{,}36$.

## ? KONTROLNÍ OTÁZKY TEORETICKÉ

**1.** (2 body) Vysvětlete postup sestavení kriteriální matice a na jejím základě pak normalizované kriteriální matice

**2.** (2 body) Uveďte základní vztah této metody pro užitek varianty

**3.** (3 body) Popište úpravu kriteriální matice na tvar, kdy všechna kritéria budou maximalizační

## SHRNUTÍ

## Nové poznatky a pojmy :

- Vícekriteriální rozhodovací analýza ( multikriteriální analýza )
- kriteriální matice
- normalizovaná kriteriální matice
- vektor vah kriterií
- maximalizační a minimalizační kriterium
- maximalizace užitku
- vážený součet

## KLÍČ K OTÁZKÁM

### Teoretické

1. V úlohách vícekriteriálního hodnocení variant (ÚVHV) má množina rozhodovacích variant, kterou označme *A*, konečný počet prvků. Po úvodních úkonech, spočívajících v určení hodnotících kritérií a metody získání kvantitativních údajů o hodnotách těchto kritérií pro jednotlivé rozhodovací varianty, lze ÚVHV charakterizovat tzv. *kriteriální maticí*. V této matici sloupce odpovídají kritériím a

řádky hodnoceným variantám. Označíme-li prvky kriteriální matice $y_{ij}$, kde $i=1,2,...,p$ a $j=1,2,...,k$, můžeme kriteriální matici zapsat ve tvaru:

$$\begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & \cdots & f_k \end{array} \\ \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1k} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{p1} & y_{p2} & \cdots & y_{pk} \end{bmatrix} \end{array}$$

Pak vytvoříme normalizovanou kriteriální matici $R=(r_{ij})$, jejíž prvky získáme z kriteriální matice $Y=(y_{ij})$, pomocí transformačního vzorce

$$r_{ij} = \frac{Y_{ij} - D_j}{H_j - D_j} \qquad (3)$$

Tato matice již představuje matici hodnot užitku z *i*-té varianty podle *j*-tého kritéria. Podle vzorce (3) lineárně transformujeme kriteriální hodnoty tak, že $r_{ij} \in \langle 0,1 \rangle$, $D_j$ odpovídá minimální hodnota kritéria ve sloupci *j* a $H_j$ odpovídá maximální hodnota kritéria ve sloupci *j*.

Vztah (3) se používá v případě, že kritérium v daném sloupci *j* je považováno za maximalizační. Pro případ minimalizačního kritéria lze provést normalizaci takového sloupce v matici přímo použitím vztahu (4)

$$r_{ij} = \frac{H_j - Y_{ij}}{H_j - D_j} \qquad (4)$$

2. Při použití aditivního tvaru vícekriteriální funkce užitku je pak užitek varianty $a_i$ roven

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j \cdot r_{ij}$$

3. Pokud chceme mít všechna kritéria v kriteriální matici jako maximalizační ještě před provedením standardizace (normalizace) matice, přepočteme prvky v takovémto sloupci podle vztahu (5)

$$Y_{ij-\max} = H_{j-\min} - Y_{ij-\min}, \qquad i = 1,2,\ldots,p \qquad (5)$$

tedy od stávajícího největšího prvku (maxima) $H_{j\text{-}min}$ v daném sloupci postupně odečteme všechny ostatní prvky a tím převedeme sloupec s minimalizačním kritériem na maximalizační.

## AUTOKONTROLA

Pokud jste získali z teoretické části nejméně 4 body je možno pokračovat v další části. V opačném případě je nutno si kapitolu znovu zopakovat ve zkráceném čase (30 minut) a znovu uvést odpovědi na kontrolní otázky.