PROJEKTOVÁNÍ EL. DISTRIBUČNÍCH SÍTÍ

Metoda ideálních bodů – IPA a metoda TOPSIS (téma 6.)

! STUDIJNÍ CÍLE

- Umět sestavit kriteriální matici a na jejím základě pak normalizovanou kriteriální matici
- Porozumět výpočetnímu principu obou metod a postupu metody TOPSIS na základě předvedeného příkladu

KLÍČOVÁ SLOVA

- Vícekriteriální rozhodovací analýza (multikriteriální analýza), kriteriální matice, normalizovaná kriteriální matice, vektor vah kriterií, maximalizační a minimalizační kriterium, minimalizace vzdálenosti od ideální varianty

ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU

60 minut

TEXT K PROSTUDOVÁNÍ

Metoda ideálních bodů - IPA

O této metodě lze nalézt zmínku zejména v americké literatuře a jedná se vlastně o metodu WSA s nepatrnou úpravou, kde je vzorec (6) upraven na tvar

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j \cdot (1 - r_{ij}) \qquad \textbf{(10)}$$

čímž se dosáhne změny v uspořádání seznamu variant tak, že hodnota s nejnižším užitkem je zde nejlepší a naopak.

Metoda TOPSIS

V případě metody TOPSIS se jedná opět o princip minimalizace vzdálenosti od ideální varianty. Ideální variantou nazveme variantu, pro kterou všechny hodnoty kritérií dosahují nejlepších hodnot. Ideální varianta je většinou hypotetická, jako nejlepší se pak vybírá taková, která je podle určité metriky nejblíže k ideální variantě.

Metoda TOPSIS poskytuje úplné uspořádání množiny všech variant, tj. je určena i pro výběr nejlepší varianty. Požadovanými vstupními údaji jsou kriteriální hodnoty pro jednotlivé varianty a váhy jednotlivých kritérií.

Kriteriální hodnoty pro jednotlivé varianty jsou uspořádány v kriteriální matici $Y=(y_{ij})$, kde y_{ij} je hodnota i-té varianty hodnocené podle j-tého kritéria.

Metoda je založena na výběru varianty, která je nejblíže k ideální variantě reprezentované vektorem $(H_1,H_2, \dots ,H_k)$ a nejdále od bazální varianty reprezentované vektorem $(D_1,D_2, \dots ,D_k)$.

Nejprve se konstruuje normalizovaná kriteriální matice $R=(r_{ij})$, kde pro výpočet normalizovaných hodnot je navržen vzorec

$$r_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{p} (y_{ij})^2}} \qquad \textbf{(11)}$$

kde: $i=1,2,\dots,p$,
$j=1,2,\dots,k$.

Po této transformaci jsou sloupce v matici R vektory jednotkové délky.

Následně vypočteme váženou kriteriální matici W tak, že každý j-tý sloupec normalizované kriteriální matice R násobíme odpovídající váhou v_j:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{p1} & w_{p2} & \dots & w_{pk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 r_{11} & v_2 r_{12} & \dots & v_k r_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_1 r_{p1} & v_2 r_{p2} & \dots & v_k r_{pk} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(12)}$$

Nyní určíme ideální variantu $(H_1,H_2, \dots ,H_k)$ a bazální variantu $(D_1,D_2, \dots ,D_k)$ vzhledem k hodnotám ve vážené kriteriální matici,

kde: $H_j=max_i(w_{ij}),\ i=1,2,\dots,k$,
$D_j=min_i(w_{ij}),\ j=1,2,\dots,k$,

Další krok spočívá ve výpočtu vzdáleností variant od ideální varianty

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \left(w_{ij} - H_j\right)^2}\ , \qquad i = 1,2,\ldots,p\ , \qquad \textbf{(13)}$$

a vzdáleností variant od bazální varianty

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \left(w_{ij} - D_j\right)^2}\ , \qquad i = 1,2,\ldots,p\ , \qquad \textbf{(14)}$$

Výpočet relativního ukazatele vzdáleností variant od bazální varianty:

$$c_i = \frac{d_i^+}{d_i^+ - d_i^-}\ , \qquad i = 1,2,\ldots,p\ . \qquad \textbf{(15)}$$

Pro hodnoty c_i platí:

$$\begin{aligned} &0 \le c_i \le 1 \\ &c_i = 0 \Leftrightarrow a_i \approx \left(D_1, D_2, \ldots, D_k\right), \qquad \textbf{(16), (17)} \\ &c_i = 1 \Leftrightarrow a_i \approx \left(H_1, H_2, \ldots, H_k\right). \end{aligned}$$

Varianty se seřadí podle klesajících hodnot ukazatele c_i, čímž získáme úplné uspořádání všech variant.

Příklad na metodu TOPSIS

Zde navážeme na příklad na metodu váženého součtu, kde budeme vycházet z již upravené kriteriální matice (8). Aby byly údaje srovnatelné, transformujeme je dle vztahu (11) pro prvky normalizované matice *R*:

$$\begin{bmatrix} 0{,}183 & 0{,}475 & 0{,}337 & 0{,}383 & 0 & 0{,}302 \\ 0{,}38 & 0{,}306 & 0{,}674 & 0 & 0{,}7 & 0{,}06 \\ 0{,}144 & 0{,}317 & 0{,}505 & 0{,}223 & 0{,}4 & 0{,}422 \\ 0{,}707 & 0{,}422 & 0 & 0{,}196 & 0{,}1 & 0{,}603 \\ 0{,}55 & 0{,}38 & 0{,}337 & 0{,}686 & 0{,}5 & 0{,}482 \\ 0 & 0{,}507 & 0{,}253 & 0{,}543 & 0{,}3 & 0{,}362 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(18)}$$

Ze stejného příkladu použijeme i vektor vah kritérií *v=(0,07; 0,24; 0,33; 0,19; 0,09; 0,08)* a podle vzorce (12) vypočteme váženou kriteriální matici W:

$$\begin{bmatrix} 0{,}013 & 0{,}114 & 0{,}111 & 0{,}073 & 0 & 0{,}024 \\ 0{,}27 & 0{,}074 & 0{,}222 & 0 & 0{,}063 & 0{,}005 \\ 0{,}01 & 0{,}076 & 0{,}167 & 0{,}042 & 0{,}036 & 0{,}034 \\ 0{,}049 & 0{,}101 & 0 & 0{,}037 & 0{,}009 & 0{,}048 \\ 0{,}038 & 0{,}091 & 0{,}111 & 0{,}13 & 0{,}045 & 0{,}039 \\ 0 & 0{,}122 & 0{,}083 & 0{,}103 & 0{,}027 & 0{,}029 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(19)}$$

Určíme ve vážené kriteriální matici ideální (*H*) a bazální variantu (*D*):

H = (0,049; 0,122; 0,222; 0,130; 0,063; 0,048),
D = (0; 0,074; 0; 0; 0; 0,005).

Vypočteme vzdálenosti jednotlivých variant od ideální varianty d_i^+, kde $i=(1,2,\ldots,6)$ a od bazální varianty d_i^-, při $i=(1,2,\ldots,6)$:

Varianta	$\mathbf{d_i^+}$	$\mathbf{d_i^-}$
a_1	0,147	0,141
a_2	0,147	0,233
a_3	0,124	0,178
a_4	0,248	0,081
a_5	0,118	0,185
a_6	0,155	0,146

Vypočteme relativní ukazatele vzdálenosti c_i ,$i=(1,2,\ldots,6)$.

Varianta	$\mathbf{c_i}$
a_1	0,4892
a_2	0,6122
a_3	0,5898
a_4	0,2466
a_5	0,6117
a_6	0,4839

Podle klesajících hodnot ukazatele c_i uspořádáme varianty a získáme pořadí a_2, a_5, a_3, a_1, a_6, a_4. To znamená, že jako nejlepší varianta vychází varianta a_2 a nejhorší je varianta a_4.

? KONTROLNÍ OTÁZKY TEORETICKÉ

1. (2 body) Uveďte základní vztah metody IPA pro užitek varianty

2. (2 body) Uveďte odlišný vztah (specifický pro metodu TPOSIS) pro výpočet normalizovaných hodnot

3. (3 body) Popište postup výpočtu pořadí variant metodou TOPSIS

SHRNUTÍ

Nové poznatky a pojmy :

- kriteriální matice
- normalizovaná kriteriální matice
- vektor vah kriterií
- maximalizační a minimalizační kriterium
- Ideální varianta
- Vzdálenost od ideální varianty
- Bazální varianta

KLÍČ K OTÁZKÁM

Teoretické

1. Jedná se vlastně o metodu WSA s nepatrnou úpravou, kde je vzorec (6) upraven na tvar

$$u(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v_j \cdot (1 - r_{ij})$$

čímž se dosáhne změny v uspořádání seznamu variant tak, že hodnota s nejnižším užitkem je zde nejlepší a naopak.

2. Pro výpočet normalizovaných hodnot je navržen vzorec

$$r_{ij} = \frac{y_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{p} (y_{ij})^2}}$$

kde: $i=1,2,\ldots,p$,
$j=1,2,\ldots,k$.

Po této transformaci jsou sloupce v matici *R* vektory jednotkové délky.

3. Nejprve se konstruuje normalizovaná kriteriální matice $R=(r_{ij})$. Následně vypočteme váženou kriteriální matici *W* tak, že každý *j*-tý sloupec normalizované kriteriální matice *R* násobíme odpovídající váhou v_j:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{p1} & w_{p2} & \cdots & w_{pk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 r_{11} & v_2 r_{12} & \cdots & v_k r_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_1 r_{p1} & v_2 r_{p2} & \cdots & v_k r_{pk} \end{bmatrix}$$

Nyní určíme ideální variantu $(H_1, H_2, \ldots, H_k)$ a bazální variantu $(D_1, D_2, \ldots, D_k)$ vzhledem k hodnotám ve vážené kriteriální matici,

kde: $H_j = max_i(w_{ij}),\ i=1,2,\ldots,k,$

$D_j = min_i(w_{ij}),\ j=1,2,\ldots,k,$

Další krok spočívá ve výpočtu vzdáleností variant od ideální varianty

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \left(w_{ij} - H_j\right)^2}\ , \qquad i = 1,2,\ldots,p\ ,$$

a vzdáleností variant od bazální varianty

$$d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} \left(w_{ij} - D_j\right)^2}\ , \qquad i = 1,2,\ldots,p\ ,$$

Výpočet relativního ukazatele vzdáleností variant od bazální varianty:

$$c_i = \frac{d_i^+}{d_i^+ - d_i^-}\ , \qquad i = 1,2,\ldots,p\ .$$

Varianty se seřadí podle klesajících hodnot ukazatele c_i, čímž získáme úplné uspořádání všech variant.

AUTOKONTROLA

Pokud jste získali z teoretické části nejméně 4 body je možno pokračovat v další části. V opačném případě je nutno si kapitolu znovu zopakovat ve zkráceném čase (30 minut) a znovu uvést odpovědi na kontrolní otázky.