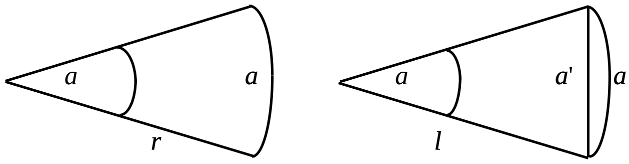
Elektrické světlo – příklady

ZÁKLADNÍ POJMY SVĚTELNÉ TECHNIKY

1. Rovinný úhel

a (rad) = arc$a$ = a/r = a'/l (pro malé, zorné, úhly)

arc$a$ / 2π = $a/360°$ (malým se rozumí r/a >3 až 5)



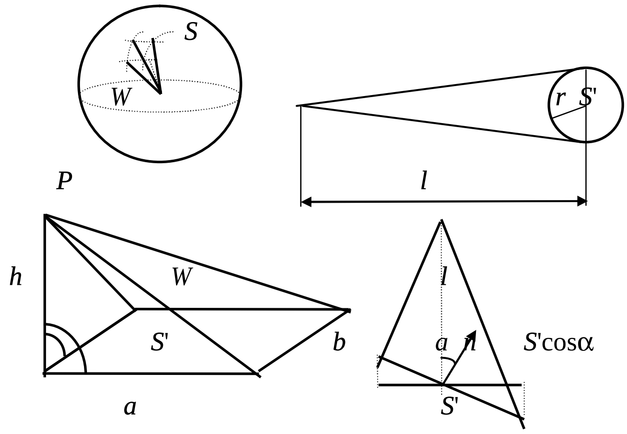
2. Prostorový úhel

$W = S/r^2$ (sr) steradián, $W = 4\pi$ = 1 spat

$W = S'/l^2$ (pro malé, zorné, úhly) S' - zorný průmět

$$\Omega = \mathrm{arctg}\frac{a \cdot b}{h \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}}$$

natočená rovina (pro l >> d) $W = S' \cdot \cos a / l^2$



3. Svítivost

I (cd) kandela je kolmá svítivost 1/60cm^2 absolutně černého tělesa při teplotě tuhnoucí platiny (2046,5 K) za normálního tlaku.

4. Světelný tok

dF = I·dW (lm; cd, sr)

5. Jas

$$L = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S \cdot \cos a}$$ (cd/m^2; cd, m^2) staré jednotky: 1 nt (nit) = 1 cd/m^2 a 1 asb (apostilb) = 1/π cd/m^2

6. Osvětlenost (intenzita osvětlení)

$E = F/S$	(lx; lm, m^2)	dopadající tok
$E = I/r^2$	(lx; cd, m)	čtvercový zákon (bodový zdroj)
L = dEn/dW	(cd/m^2; lx, sr)	normálová osvětlenost

7. Světlení

$M = F/S$	(lm/m^2; lm, m^2)	odražený tok
$M = \pi \cdot L$	(lm/m^2; cd/m^2)	dokonalý rozptylovač

8. $a + r + t = \mathbf{1}$

$F_t = F \cdot t$	činitel prostupu
$F_r = F \cdot r$	činitel odrazu
$F_a = F \cdot a$	činitel pohlcení

Příklady

1) Jak velká je úhlová výchylka a (zorný úhel) dvou pozorovaných bodů, jejichž vzájemná vzdálenost je

a = 2 m, jsou-li oba od pozorovatele vzdáleny r = 30 m ?

$a = a/r$ = 2/30 rad = 3,82°

2) Určete vzdálenost, ze které je vidět lidským okem délka 1 mm při rozlišovací schopnosti oka 1'!

$r = a/a = 10^{-3}$/arc(1') = 3,44 m

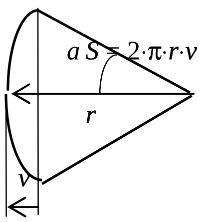
3) Jak velký je prostorový úhel příslušný k části koule o ploše S = 15 m^2 a r = 3 m ?

$W = S/r^2 = 15/3^2$ = 1,67 sr

4) Jak velký je zorný průmět a prostorový úhel svítící koule o průměru d = 40 cm pro pozorovatele vzdáleného od koule o l = 10 m ?

$S = \pi \cdot d^2/4 = \pi \cdot 0{,}4^2/4 = 0{,}1257\ m^2$ $W = S/l^2 = 1{,}257 \cdot 10^{-3}$ sr

5) Vypočtěte **prostorový úhel kulového vrchlíku**, má-li koule poloměr r = 1 m a úhel vrchlíku je $2a$ = 60°.

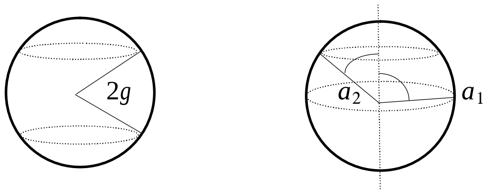


$S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$, $v = r \cdot (1-\cos\alpha)$, $W = S/r^2$ = **2**×p× **(1-cos** a**)** = 0,842 sr

6) Určete **prostorový úhel kulového pásu** pro úhel $2g = 20°$.

ze vztahu pro plochu kulového vrchlíku platí pro prostorový úhel:

$W = \mathbf{2}^{x}\mathrm{p}^{x}\ (\mathbf{cos}\,a_1 - \mathbf{cos}\,a_2) = 4\cdot\pi\cdot \sin g = 4\cdot\pi\cdot\sin 10° = 2{,}18$ sr



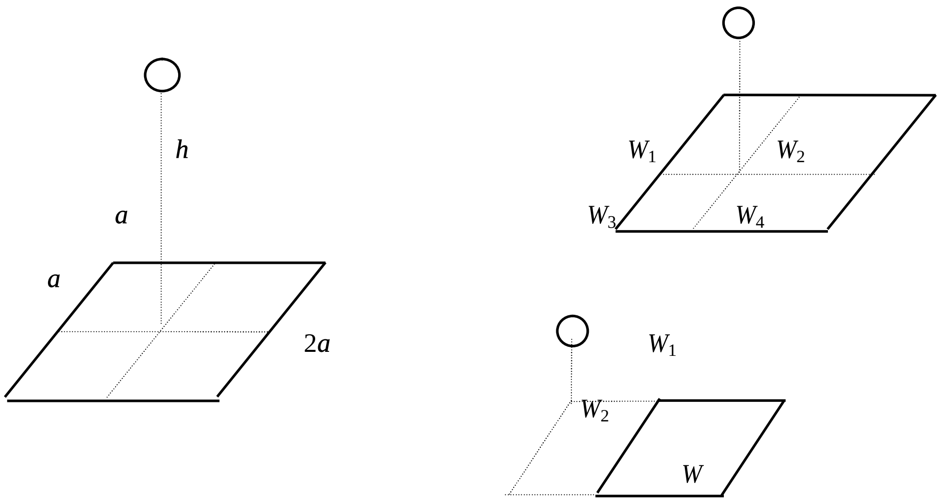
7) Určete W čtvercové podlahy o straně 6 m pro svítidlo, které se nachází uprostřed místnosti ve výšce $h = 4$ m. Svítivost zdroje $I = 300$ cd. Vypočtěte světelný tok dopadající na podlahu a stanovte **střední osvětlenost** podlahy.

$$\Omega = 4\cdot \mathrm{arctg}\frac{a^2}{h\cdot\sqrt{a^2+a^2+h^2}} = 4\cdot \mathrm{arctg}\frac{3^2}{4\cdot\sqrt{2\cdot 3^2+4^2}} = 1{,}47\,\mathrm{sr}$$

je-li svítidlo mimo střed je $W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4$

je-li mimo půdorys a v ose je $W = W_1 - W_2$

$F = I\cdot W = 300\cdot 1{,}47 = 441$ lm a $E = F/S = 441/6^2 = 12{,}25$ lx



8) Stanovte světelný tok zdroje jehož průměrná svítivost do horního poloprostoru je $I_h = 10$ cd a do dolního

$I_d = 20$ cd.

$F = 2\cdot\pi\cdot(I_h + I_d) = 2\cdot\pi\cdot(10+20) = 189$ lm, $\quad I = F/4\pi = 189/4\pi = 15$ cd

9) Jaká je svítivost bodového zdroje světla, který vydává světelný tok F = 126,5 lm ?

$I = F/W$ = 126,5/4π = 10 cd

10) Na fotometrické lavici jsou dvě žárovky o svítivostech I_1 = 25 cd a I_2 = 35 cd vzdáleny 3 m. Kde mezi nimi bude fotočlánek při vyrovnané osvětlenosti?

ze čtvercového zákona: $\sqrt{\frac{I_2}{I_1}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{(3-r_1)}{r_1}$

$r_1 = \frac{3}{1+\sqrt{35/25}} = 1{,}37\mathrm{m}$ a r_2 = 3 - 1,37 = 1,63 m

11) Vypočítejte W obdélníka se stranami a = 1 m, b = 2 m ze vzdálenosti l = 15 m! Směr pohledu svírá s normálou obdélníka úhel a = 20°.

$W = a \cdot b \cdot \cos a / l^2 = 1 \cdot 2 \cdot \cos 20° / 15^2 = 8{,}35 \cdot 10^{-3}$ sr

12) Vypočítejte W kruhového stolu o průměru d = 1,6 m, je-li výška svítidla nad středem stolu h = 1,4 m !

nutno počítat plochu kulového vrchlíku viz výše: $W = 2 \cdot \pi \cdot (1-\cos a)$

a = arctg $d/2/h$ = arctg 1,6/2/1,4 = 29,7°

$W = 2 \cdot \pi \cdot (1-\cos a) = 2 \cdot \pi \cdot (1-\cos 29{,}7°) = 0{,}828$ sr

13) Koule z vrstveného skla má průměr d = 30 cm. V kouli je žárovka P = 200 W, se světelným tokem

F_z = 2740 lm. **Světelná účinnost svítidla** je h = 70 %. Předpokládáme rovnoměrný rozptyl a jas.

Určete: F, I_0 , M, L!

$F = F_z \cdot h$ = 2740·0,7 = 1920 lm $\qquad$ $I_0 = F/4\pi$ = 1920/4π = 153 cd

$M = F/S = I_0/r^2 = 153/0{,}15^2 = 6780$ lm/m^2

$L = M/\pi$ = 6780/π = 2160 cd/m^2 $\qquad$ $L = I_0/(\pi \cdot r^2) = F/(4 \cdot \pi^2 \cdot r^2) = M/\pi$

14) Vypočítejte jas a maximální svítivost zářivky 40 W se světelným tokem F_Z = 2200 lm. Délka trubice

l = 1,2 m, průměr d = 38 mm! Předpokládá se rovnoměrný rozptyl a jas.

$M = \pi \cdot L = F/S$ $\qquad$ $S = \pi \cdot d \cdot l$

$L = F/(\pi^2 \cdot d \cdot l) = 2200/(\pi^2 \cdot 0{,}038 \cdot 1{,}2) = 4890\ \mathrm{cd/m^2}$

$I_{90} = F/\pi^2 = 223\ \mathrm{cd}$ $\qquad$ $L = I_{90}/(d \cdot l)$

Určení toku rotačně symetrických difúzních ploch

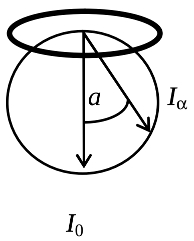
$$F = \int_0^{2p}\int_0^{p} I_{ab} \cdot \sin a \ \mathrm{d}a \ \mathrm{d}b = 2 \cdot p \cdot \int_0^{p} I_a \cdot \sin a \ \mathrm{d}a$$

a) koule

$I_\alpha = I_0$ $\qquad$ $F = 2p \cdot I_0 \int_0^{p} \sin a \ \mathrm{d}a = 4p \cdot I_0$

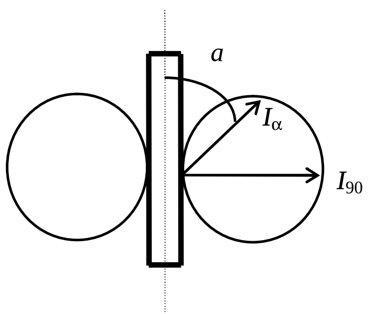
b) kruhová plocha

$I_\alpha = I_0 \cdot \cos a$ $\qquad$ $F = 2p \cdot I_0 \int_0^{\frac{p}{2}} \sin a \cdot \cos a \ \mathrm{d}a = p \cdot I_0$



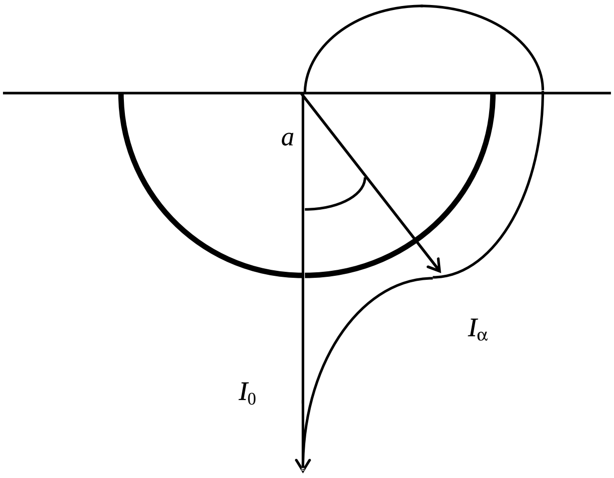
c) válec

$I_\alpha = I_{90} \cdot \sin a$ $\qquad$ $F = 2p \cdot I_{90} \int_0^{p} \sin^2 a \ \mathrm{d}a = p^2 \cdot I_{90}$



d) polokoule

$I_\alpha = I_0 / 2\cdot(1+ \cos a)$ $\qquad$ $F = 2p \cdot I_0/2 \cdot \int\limits_0^p (1+\cos a)\cdot \sin a \; \mathrm{d}a = 2p \cdot I_0$



Příklady

15) Rovinná plocha S = 0,4 m^2 má ve směru a = 60° od normály svítivost I_a = 150 cd. Jaký je jas plochy za předpokladu rovnoměrného rozptylu po ploše?

$$L = \frac{I_a}{S\cdot\cos a} = \frac{150}{0{,}4\cdot\cos 60^{\mathrm{o}}} = 750\,\mathrm{cd/m}^2 \qquad I_0 = \frac{I_a}{\cos a} = 300\,\mathrm{cd}$$

16) Kruhová plocha z umaplexu o průměru 1 m má maximální svítivost Io = 1500 cd. Vypočítejte, za předpokladu rovnoměrného rozptylu, její jas a světelný tok a vypočtěte velikost prostorového úhlu kolem osy plochy, do kterého plocha vyzařuje polovinu svého světelného toku!

$L = I_0/S$ = 1500/($\pi\cdot1^2$)$\cdot$4 = 1910 cd /m^2

$F = \pi\cdot I_0 = \pi\cdot1500$ = 4700 lm

$F = M\cdot S = L\cdot\pi\cdot S = \pi\cdot I_0$

pro rovinnou plochu platí viz výše: $I_\alpha = I_0\cdot\cos a$ a pro tok

$\frac{\Phi}{2} = 2p\cdot I_0 \int\limits_0^a \sin a \cdot \cos a \, \mathrm{d}a$ $\qquad$ přitom: $F = \pi\cdot I_0$ $\qquad$ odtud

$0{,}5 = [0{,}5\cdot\cos(2\cdot a)]_a^0$ $\qquad$ je úhel a = 45° $\qquad$ a konečně

$W = 2\cdot\pi\cdot(1 - \cos\alpha)$ = 1,84 sr

17) Vypočítejte svítivost Ia pro 80°, tok F, maximální svítivost I_0 a jas polokoule s $\boldsymbol{d}$ = 50 cm! Svítidlo s rovnoměrným rozptylem je z mléčného skla s h = 54 %, žárovka má výkon 200 W a tok 2740 lm.

$F = F_z \cdot h$ = 0,54·2740 = 1480 lm

$I_0 = F/2/\pi$ = 1480/(2π) = 236 cd

$L = I_0/S$ = 4·236/(π·0,5²) = 1200 cd/m²

$I_\alpha = I_0/2 \cdot (1+\cos a)$ = 236/2·(1+0,174) = 138 cd

18) Vypočítejte jas výbojkového svítidla 24251/ 250 W ! Světelný tok výbojky RVL 250 W je 12,5 klm. Výstupní otvor svítidla má průměr d = 520 mm. Zadány jsou svítivosti pro 1 klm, světelná účinnost je h = 68,8 %.

$S = \pi \cdot d^2/4 = \pi \cdot 0{,}52^2/4 = 0{,}212$ m² $L_\alpha = F_z/1000 \cdot I_\alpha/(S\cos a)$

a (°)	0	10	20	30	40	50	60
I_α (cd/klm)	345	345	340	309	245	160	80
L_α (10^{-3} cd/m²)	20,3	20,6	21,3	21,0	18,9	14,7	9,4

Maximum jasu je při úhlu 20°, výstupní otvor je menší a jasnější.

19) Vypočtěte jas svítidla zářivkového vaničkového typu 231 21.01 se čtyřmi zářivkami 40 W / 2700 lm pro příčnou rovinu a úhly 60° a 70°! Světelná účinnost je 57 %, rozměry 1270 x 595 x 90 a pozorovací vzdálenost větší než pětinásobek délky svítidla. Svítivosti pro 1 klm: I (60°) = 86,5 cd, I (70°) = 65,7 cd.

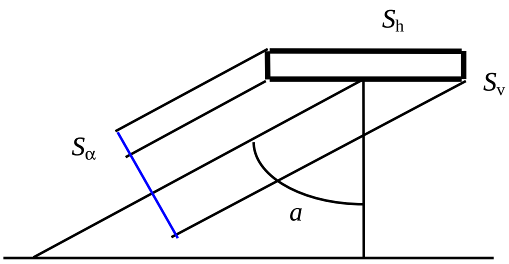
S_h = 1,27·0,595 = 0,755 m² S_v = 1,27·0,09 = 0,114 m²

S (60°) = $S_h \cdot \cos a + S_v \cdot \sin a$ = 0,755·cos 60° + 0,114·sin 60° = 0,477 m²

S (70°) = 0,755·cos70° + 0,114·sin70° = 0,366 m²

L (60°) = $4 \cdot F_z/1000 \cdot I(60°)/S$ (60°) = 4·2,7·86,5/0,477 = 2,0 kcd/m²

L (70°) = 4·2,7·65,7/0,366 = 1,95 kcd/m²



20) Jaká je osvětlenost plochy S = 2 m^2, dopadá-li na ni pod úhlem 45° světelný tok 150 lm?

$E = F/S$ = 150/2 = 75 lx

21) Lambertova plocha 1,8 x 0,5 m s odrazností r = 0,8 je osvětlována tokem F = 4200 lm. Jaká je její osvětlenost, světlení, jas a svítivost ve směru kolmém?

$E = F/S$ = 4200/(1,8·0,5) = 4670 lx

$M = r \cdot E$ = 0,8·4670 = 3730 lm/m^2

$L = M/\pi$ = 3730/π = 1190 cd/m^2

$I_0 = L \times S$ = 1190·1,8·0,5 = 1070 cd

22) Kalným sklem zasklený podhled stropu o rozměrech 3 x 4 m a propustnosti t = 0,5 je prosvětlován tokem 60 klm. Jak velký je jeho jas a svítivost ve směru kolmém a v úhlu 45° ?

$L = M/\pi = t \cdot F/S/\pi$ = 0,5·60·10^3/(3·4)/π = 796 cd/m^2

$I_0 = L \times S$ = 796·3·4 = 9550 cd

I (45°) = $I_0 \cdot \cos a$ = 9550·cos45° = 6750 cd

23) Určete jas fotbalového hřiště při letním denním osvětlení E = 60 klx, je-li odraznost trávníku r = 0,14 !

$L = M/\pi = r \cdot E/\pi$ = 0,14·60·10^3/π = 2670 cd/m^2

24) Průměr kruhové desky je 100 mm. Jak daleko na její ose musí být zdroj světla, jehož svítivost je I = 100 cd, dopadá-li na desku světelný tok F = 10 lm ?

$I = F/W = F \cdot r^2/S$ $\qquad$ $r = \sqrt{I \cdot S/\Phi} = \sqrt{100 \cdot p \cdot 0{,}05^2/10} = 0{,}280\,\mathrm{m}$

pro přesný výpočet nutno brát plochu kulového vrchlíku:

$W = 2\pi \cdot (1-\cos a)$ $\qquad$ $a = \operatorname{arctg} d/(2r)$ $\qquad$ $\cos a = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{d}{2 \cdot r}\right)^2}}$

$$r = \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{\left(1-\dfrac{\Phi}{2 \cdot p \cdot I}\right)^2}-1}} = \frac{0{,}1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{\left(1-\dfrac{10}{2 \cdot p \cdot 100}\right)^2}-1}} = 0{,}277\mathrm{m}$$

25) Vypočtěte osvětlenost od úplňku Měsíce, když jeho vzdálenost od Země je 356 000 km, poloměr Měsíce 1730 km a jas L = 2500 cd/m^2 !

$I = L \cdot S = 2500 \cdot \pi \cdot (1{,}73 \cdot 10^6)^2 = 2{,}35 \cdot 10^{16}$ cd

$E = I/l^2 = 2{,}35 \cdot 10^{16}/(3{,}56 \cdot 10^8)^2 = 0{,}185$ lx

26) Jaká je účinnost koule z mléčného skla mající činitel odrazu $r = 0{,}6$ a činitel propustnosti $t = 0{,}3$?

při postupných odrazech v kouli je vystupující tok roven:

$F = F_z \cdot t \cdot (1 + r + r^2 + \cdot ...) = F_z \cdot \tau/(1-r)$ odtud: $h = t/(1-r)$

lépe - dopadající tok je roven toku prostupujícímu a pohlcenému:

$h = t\ /\ (\ t + a\ ) = t\ /\ (\ 1-r\ )$ neboť $a + t + r = 1$

$h = 0{,}3/(1-0{,}6) = 75\ \%$

27) Které sklo je lepší pro zhotovování osvětlovacích koulí?

$t_a = 0{,}7$, $r_a = 0{,}2$ $t_b = 0{,}5$, $r_b = 0{,}45$

$h_a = \frac{t}{1-r} = \frac{0{,}7}{1-0{,}2} = 87{,}5\,\%$ $h_b = \frac{0{,}5}{1-0{,}45} = 91\%$ toto sklo je lepší

Literatura:
Sokanský, K.: Elektrické teplo a světlo (laboratorní návody), VŠB Ostrava 1986
Sokanský, K.: Elekrické světlo a teplo, VŠB Ostrava 1990