	VŠB - Technická univerzita Ostrava Fakulta elektrotechniky a informatiky **Katedra elektrických strojů a přístrojů**	

Předmět:

Elektrické přístroje

Protokol č.7

Výpočet tepelných účinků elektrického proudu

Skupina:	
Datum:	

Vypracoval:

Zadání:

1) Pojistkový vodič kruhového průřezu o délce l a průměru D se přetaví proudem
   - Vyjádřete závislost tavného proudu na průměru vodiče $I=f(D)$
   - Jjakým proudem $I_{D//D}$ se přetaví dva takové paralelní vodiče umístěné těsně vedle sebe? Stanovte závislost $I_{D//D}=f(I)$
   - Jakým proudem I_{2D} se přetaví vodič o průměru $2D$? Vyjádřete závislost $I_{2D}=f(D)$ a $I_{2D}=f(ID)$.
   - Jakým proudem I_{nD} se přetaví vodič o průměru $n.D$? Vyjádřete závislost $I_{nD}=f(D)$ a $I_{nD}/I = f(n)$

2) Určete rozložení teploty podél vodiče kruhového průřezu $S =$ mm^2 s kontaktem, který je protékán proudem $I = 100A$. Teplota okolí je $J_o =$ ^oC, měrná tepelná vodivost vodiče je $l = 390 W.m^{-1}K^{-1}$, měrná chladivost povrchu vodiče $a = 10\ W.m^2.K^{-1}.$ Přítlačná kontaktní síla $F = 125\ N$.. Stykový odpor kontaktu $R_S= k.F^{-n.}$ Kontakt uvažujeme přímkový s čelním dotykem,kde $n = 0.7$ *až* 0.8.Materiál kontaktů volte měď s materiálovou konstantou $k = 0,0005$. Měrný odpor mědi $\rho= 1/57\ \Omega mm^2.m^{-1}$.

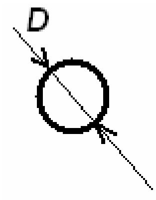
3) Určete rozložení tepla podél rovinné desky o třech vrstvách, platí-li $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \lambda_4 < a$
   (hodnoty viz tabulka dle skupin vzadu)

4) Určete rozložení tepla podél izolace kabelu o třech vrstvách, platí-li $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \lambda_4 > a$
   a určete náhradní součinitel přestupu tepla a_{on}
   (hodnoty viz tabulka dle skupin vzadu)

1. Výpočty závislostí tavných proudů na průměru vodičů:

Výpočet závislosti tavného proudu I na průměru vodiče D.

Vycházíme z rovnice tepelné rovnáhy



$$R.I^2dt = a_o.A.\Theta.dt$$ kde

R…… je odpor vodiče, $R = r.\frac{l}{S} = r.\frac{l}{\frac{p.D^2}{4}} = 4r.\frac{l}{pD^2}$

A…….je povrch vodiče, $A = p.D.l$

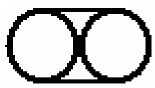
Dosazením do rovnice tepelné rovnováhy obdržíme vztah pro závislost tavného proudu na průměru vodiče.

$$I = \frac{p}{2}\sqrt{\frac{a_o.\Theta.D^3}{r}}$$

Výpočet závislosti tavného proudu $I_{D//D}$ na průměru vodičů umístěných těsně vedle sebe.

Vycházíme z toho, že teplo je odváděno do okolí povrchem tvořeným elipsou.

$$A = (2.D + p.D).l$$ a



odpor dvou paralelních vodičů

$$R = 2.r\,\frac{l}{p.D^2}$$

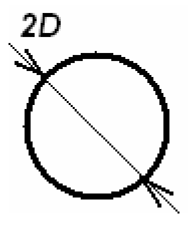
Tyto vztahy dosadíme do rovnice tepelné rovnováhy vyjádříme $I_{D//D}$.

V dalším kroku vyjádříme závislost $I_{D//D} = f(I)$ tak že provedeme

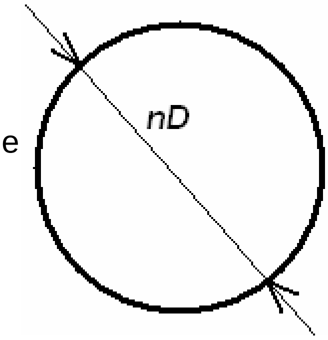
$\frac{I_{D//D}}{I}$ a z toho vyjádříme $I_{D//D}$

Výpočet závislosti tavného proudu I_{2D} vodiče s průměrem 2D

Do vztahu pro tavný proud vodiče o průměru ***D*** dosadíme průměr ***2D***. Obdobně jako v předchozím případě dále vyjádříme závislost $I_{2D} = f(I)$.

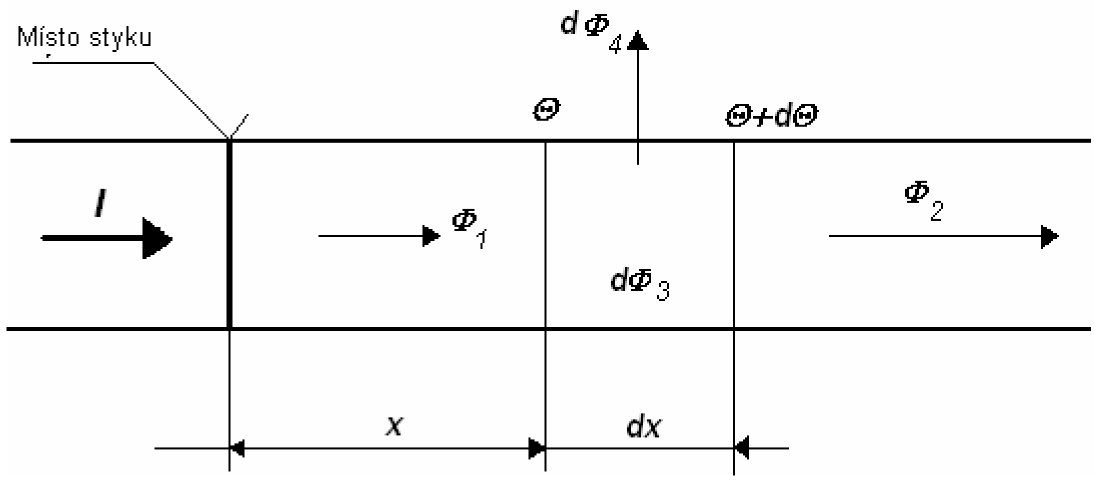


Výpočet tavného proudu I_{nD} vodiče o průměru n.D



Zde opět do vztahu pro výpočet tavného vodiče o průměru ***D*** dosadíme za tento rozměr ***n.D*** a postupujeme v předchozích případech a vyjádříme a graficky znázorníme ***I_{nD} = f(I).***

2. Určení rozložení teploty podél vodiče s kontaktem:



Průchodem proudu ***I*** místem styku (se stykovým odporem ***R_S***) vzniká tepelný tok F_1, který vstupuje do elementu ***dx*** ve vzdálenosti ***x*** od místa styku. Z elementu ***dx*** vystupuje tepelný tokF_2. Průchodem proudu ***I*** elementem ***dx*** vzniká tepelný tok dF_3. Povrchem elementu je odváděn do okolí tepelný tok dF_4. Na počátku elementu ***dx*** je teplota Q, na výstupu z elementu teplota Q ***+d****Q.*

Musí platit podmínka tepelné rovnováhy

$\Phi_1 + d\Phi_3 = \Phi_2 + d\Phi_4$ kde můžeme jednotlivé toky a přírůstky vyjádřit:

tepelný tok vstupující do elementu

$$\Phi_1 = -l.S.\frac{d\Theta}{dx}$$

tepelný tok vystupující z elementu

$$\Phi_2 = -l.S.\frac{d(\Theta + d\Theta)}{dx}$$

(znaménko – je zde z důvodu toku od teplejšího místa k místu chladnějšímu).

tepelný tok vzniklý v elementu vodiče průchodem proudu ***I***

$$d\Phi_3 = I^2 dR = I^2 \frac{r}{S} dx$$

tepelný tok odvedený povrchem elementu do okolí

$d\Phi_4 = a_o.O.\Theta.dx$ kde ***O*** je obvod vodiče.

Dosazením do rovnice tepelné rovnováhy dostáváme

$$-l.S.\frac{d\Theta}{dx} + I^2.\frac{r}{S}dx = -l.S\frac{d(\Theta + d\Theta)}{dx} + a_o O.\Theta.dx$$

$$I^2.\frac{r}{S}dx - a_o O.\Theta.dx - l.S\frac{d\Theta}{dx} + lS\frac{d(\Theta + d\Theta)}{dx} = 0 \qquad /.\frac{1}{dx}$$

$$I^2.\frac{r}{S} - a_o O.\Theta - l.S\frac{d\Theta}{dx^2} + lS\frac{d(\Theta + d\Theta)}{dx^2} = 0$$ no a dále

$$I^2.\frac{r}{S} - a_o O.\Theta + l.S\frac{d^2\Theta}{dx^2} = 0$$ převedením a vynásobením $/.\frac{1}{l.S}$

dostaneme diferenciální rovnici

$$\boxed{\frac{d^2\Theta}{dx^2} - \frac{a_o.O.\Theta}{l.S} = -I^2.\frac{r}{l.S}}$$

Obecné řešení této diferenciální rovnice je ve tvaru

$$\Theta = C_1 e^{-bx} + C_2.e^{bx} + \Theta_\infty$$ kde

$$b = \sqrt{\frac{a_o O}{l.S}}$$ a $$\Theta_\infty = \frac{I^2 r}{a_o.O.S}$$

$\Theta_\infty =$ oteplení v místě ***x***® ¥

Vzhledem k tomu, že teplota nemůže růst do nekonečna a b je kladné číslo, musí integrační konstanta <u>***C₂*** být rovna ***0***</u>. a pak

$$\Theta = C_1 e^{-bx} + \Theta_\infty$$

Integrační konstantu ***C₁*** určíme z okrajové podmínky

$$\Phi_1(0) = \frac{1}{2} R_S . I^2$$

Neboli tepelný tok F_1 v místě styku (***x = 0***) je vyvolán tepelnou energií vniklou průchodem proudu ***I*** kontaktním odporem ***R***

Porovnáním této podmínky se vzorcem pro tepelný F_1 dostaneme

$$\frac{1}{2} R_S I^2 = -l . S . \left(\frac{d\Theta}{dx} \right)_{x=0}$$ a z toho lze

$$\left(\frac{d\Theta}{dx} \right)_{x=0} = -\frac{R_S I^2}{2 l . S}$$

Provedeme derivaci obecného řešení v bodě ***x = 0***

$$\left(\frac{d\Theta}{dx} \right)_{x=0} = -b . C_1$$ a porovnáním obdržíme integrační konstantu C_1

$$C_1 = \frac{R_S I^2}{2b . l . S}$$

A výsledné partikulární řešení je

$$\Theta(x) = \frac{R_S I^2}{2b . l . S} e^{-bx} + \Theta_\infty$$

Dále vypočteme průměr vodiče ***D*** z průřezu vodiče ***S***, obvod povrchu vodiče ***O,*** stykový odpor R_S, velikost konstanty b a určíme ustálené oteplení

$$\Theta(\infty) = \frac{I^2 . r}{a_o . O . S}$$ a

maximální oteplení vodiče (v místě styku ***x = 0***)

$$\Theta_{\max} = \frac{R_S I^2}{2b . l . S} + \Theta_\infty$$

Vyneseme graf rozložení teploty podél vodiče.

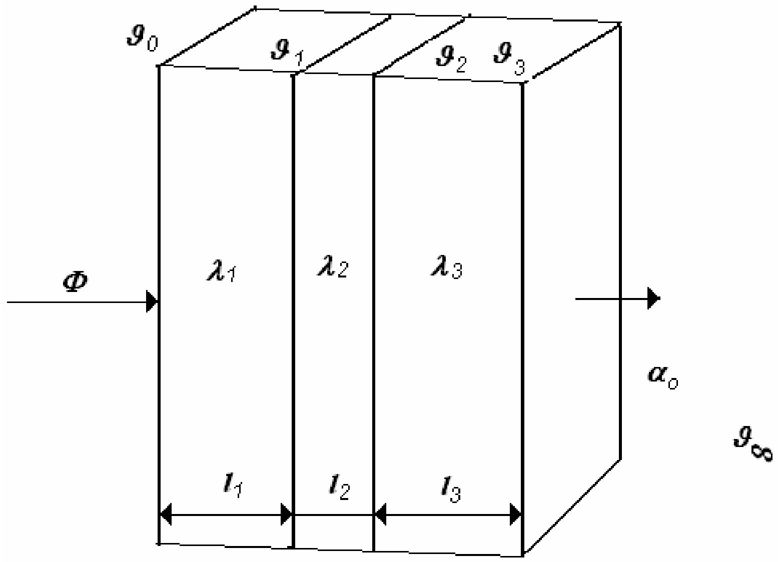
3. Určení rozložení tepla podél rovinné desky o třech vrstvách

Musíme určit velikosti jednotlivých tepelných odporů na základě zadaných hodnot.

$$R_{T1} = \frac{1}{l_1}.\frac{l_1}{S}$$

$$R_{T2} = \frac{1}{l_2}.\frac{l_2}{S}$$

$$R_{T3} = \frac{1}{l_3}.\frac{l_3}{S}$$



Teplota na rozhraní jednotlivých desek (tepelný tok do stran desek považujeme za nulový).

$$J_1 = J_0 - \Phi.R_{T1}$$

$$J_2 = J_0 - \Phi.(R_{T1} + R_{T2}) = J_0 - \frac{\Phi}{S}\left(\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2}\right)$$

$$J_3 = J_0 - \Phi.(R_{T1} + R_{T2} + R_{T3}) = J_0 - \frac{\Phi}{S}\left(\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2} + \frac{l_3}{l_3}\right)$$

$$J_{okoli} = J_0 - \Phi.(R_{T1} + R_{T2} + R_{T3} + \frac{1}{a_o S}) = J_0 - \frac{\Phi}{S}\left(\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2} + \frac{l_3}{l_3} + \frac{1}{a_o}\right)$$

Teplotní spád v jednotlivých deskách je přímo úměrný velikosti tepelného odporu jednotlivých desek.

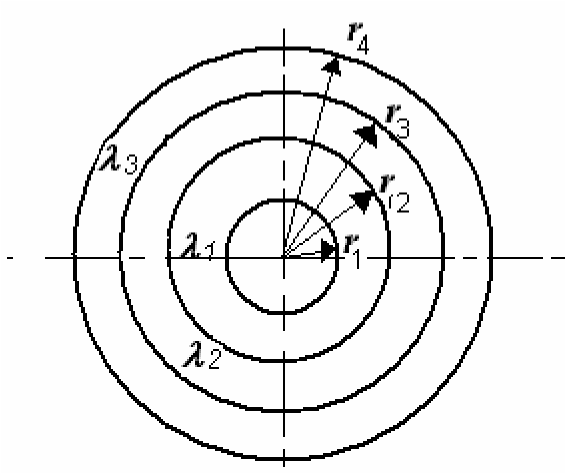
Nakreslete rozložení teploty v deskách a okolí.

4. Určení rozložení tepla podél izolace kabelu o třech vrstvách

$$R_{T1} = \frac{1}{2p.l.l_1}.\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$R_{T2} = \frac{1}{2p.l.l_2}.\ln\frac{r_3}{r_2}$$

$$R_{T3} = \frac{1}{2p.l.l_3}.\ln\frac{r_4}{r_3}$$



Teploty na rozhraní

$$J_1 = J_0 - \Phi.R_{T1}$$

$$J_2 = J_0 - \Phi.(R_{T1} + R_{T2})$$

$$J_3 = J_0 - \Phi.(R_{T1} + R_{T2} + R_{T3})$$

$$J_{okoli} = J_0 - \Phi.(R_{T1} + R_{T2} + R_{T3} + \frac{1}{a_o P_V})$$

kde $\boldsymbol{P_V}$ je povrch vnější izolace (poloměr $\boldsymbol{r_4}$).
Průběh teploty znázorněte graficky.

Určení náhradního součinitele přestupu tepla a_{onahr}.

Náhradní součinitel přestupu tepla určíme z celkového tepelného odporu kabelu

$$R_{TC} = \frac{1}{a_{onahr}.P_V}$$

$$R_{T1} + R_{T2} + R_{T3} + \frac{1}{a_o.P_V} = \frac{1}{a_{onahr}.P_V}$$

Po úpravě určíme náhradní součinitel přestupu tepla do okolí a_{onahr}.

Závěr:

Tabulka zadaných hodnot:

Bod 2.

Skupina	***I = [A]***	***S = [mm²]***	ϑ_{okoli} ***= [°C]***
1,6,11	100	50	40
2,7,12	110	50	35
3,8	120	60	30
4,9	120	60	35
5,10	100	55	30

Bod 3.

Skupina	λ_1	λ_2	λ_3	l_1	l_2	l_3
1,6,11	λ	2λ	3 λ	*l*	*l*/2	*l*
2,7,12	λ/2	λ	2λ	2*l*	*l*	*l*/2
3,8	λ	2λ	3 λ	*l*	*l*/2*l*	*l*/3
4,9	λ/3	λ/2	7/4λ	3/2*l*	2/3*l*	*l*
5,10	λ	4/3λ	λ	*l*	2/3*l*	2*l*

Bod 4

Skupina	λ_1	λ_2	λ_3	r_1	r_2	r_3	r_3	$a_o[Wm^{-2}K^{-1}]$
1,6,11	λ	1/4λ	2/9 λ	1/3r	2/3r	r	5/3r	10
2,7,12	3λ	λ	λ/3	r	2r	5/2r	3r	7,5
3,8	2λ	λ	λ/5	r	2r	3r	4r	10
4,9	7/2λ	3/2λ	λ	r/2	3/4r	7/5r	2r	15
5,10	3λ	λ	λ/4	r/2	r	3/2r	5/3r	12,5